PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 5. 1. März 1905. Redaktionsschluss für No. 6 am 8. März 1905. 6. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

B. Zölss, Elektrizitätszerstreuung in Kremsmünster (1903—1904). S. 129.

A. Boltzmann, Luftelektrische Beobachtungen auf dem Meere. S. 132.

P. Ewers, Die Spitzenentladung in ein- und zweiatomigen Gasen. S. 133.

O. M. Corbino, Über die dielektrische Viskosität der Dielektrika. S. 138.

G. Seibt, Über den Zusammenhang zwischen dem direkt und dem induktiv gekoppelten Sendersystem für drahtlose Telegraphie. S. 142.

R. H. Weber, Zur Frage nach der Mitführung der Kraftlinien. S. 143.

F. Koláček, Magnetostriktion. S. 143.

J. Barnes, Über das Spektrum des Magnesiums. S. 148.

E. Bose, Über Momentaufnahmen mit Schlitzverschluss vor der Platte. S. 150.

M. Seddig, Über „Wachstums"-Erscheinungen an Quecksilbertropfen. S. 153.

B. M. Clarke, Bestimmung einiger Mischungswärmen. S. 154.

Besprechungen:

F. Klein, Über eine zeitgemässe Umgestaltung des mathematischen Unterrichts an den höheren Schulen. S. 159.

A. Leman, Über Schattenphänomene bei Finsternissen. S. 160.

F. Neumann. Erinnerungsblätter von seiner Tochter Luise Neumann. S. 160.

Personalien. S. 160.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Elektrizitätszerstreuung in Kremsmünster (1903—1904).

Von Bonifaz Zölss.

Wie die bereits früher publizierten[1]), so sind auch die vorliegenden Messungen der Elektrizitätszerstreuung den Bemühungen des Herrn Direktors der Sternwarte Kremsmünster, Prof. P. Franz Schwab, zu verdanken, der in rastlosem Eifer die Beobachtungen fortführte und so ein Beobachtungsmaterial von mehr als 10000 Messungen ansammelte. Die neu hinzugekommenen schliessen sich an die früheren unmittelbar an und fallen in die Zeit vom 1. Mai 1903 bis Ende August 1904. Die Ergebnisse dieser Beobachtungen, die an anderer Stelle[2]) ausführlicher besprochen sind, sollen im folgenden kurz mitgeteilt werden.

Als regelmässige Beobachtungstermine wurden anfangs die Stunden von $11—12^h$ und $1—2^h$ festgehalten; ab November 1903 wurden noch zwei weitere Termine dazugenommen, nämlich 6^h früh und 6^h abends. Während der Sommermonate 1904 wurde zur genaueren Prüfung der täglichen Periode von 3^h früh bis 8^h abends nach Möglichkeit stündlich beobachtet. Ausser diesen regelmässigen Terminbeobachtungen liegt noch eine grössere Zahl von Messungen vor, die nach Zeit und Gelegenheit ausgeführt wurden und wenigstens einen informierenden Schluss auf den täglichen Verlauf der Zerstreuung in der übrigen Zeit gestatten.

Die Resultate der Messungen, die alle mit dem Elster- und Geitelschen Zerstreuungsapparat unter Beibehaltung des Schutzcylinders ausgeführt wurden, sind die folgenden:

1. Das Jahresmittel der Zerstreuung war im Jahre 1903 nach 1344 Mittagsbeobachtungen 1,35 (Prozent pro Minute); es deckt sich mit dem im Jahre 1902 gefundenen (1,32) nahezu vollständig. Die Jahreskurve zeigt einen ziemlich regelmässigen Verlauf, tiefe Werte im Winter, hohe im Sommer. Das Maximum (1,64), das im Jahre 1902 im Juni lag, fällt 1903 auf den September; das ausgesprochene Minimum (1,00) fällt sowohl 1902 als auch 1903 auf den Januar. Im Gegensatz zu dem regelmässigen Verlauf der Zerstreuung in den Jahren 1902 und 1903 erweist sich das Jahr 1904 nach dieser Richtung als ein vollständig abnormales. Während sonst in den heissesten Monaten die höchsten Zerstreuungswerte zu finden waren und daher gerade für den verflossenen abnorm heissen und trockenen Sommer sehr hohe Zerstreuungswerte zu erwarten gewesen wären, trat das Gegenteil ein: die Zerstreuung erfuhr während der heissen Sommermonate eine tiefe Depression, mit der eine ebenso deutliche Depression des Quotienten q parallel geht. Es wäre von Interesse, ob diese merkwürdige Erscheinung auch an anderen Orten beobachtet wurde, da dies einen Anhaltspunkt für die Auffindung eines thatsächlichen Zusammenhanges der Zerstreuung mit anderen meteorologischen Elementen bieten könnte. Beachtenswert erscheint der im heurigen Sommer ziemlich konstant hohe Barometerstand, der vielleicht die obige Erscheinung mitverursachte.

2. Der tägliche Verlauf der Zerstreuung zeigt eine doppelte Periode. Die beiden Minima liegen um Sonnenaufgang und Sonnenuntergang, das Hauptmaximum fällt ungefähr mit der Zeit

1) Sitzungsber. der Wiener Akademie, 1903, S. 1117; diese Zeitschrift **5**, 106, 1904.

2) Sitzungsber. der Wiener Akademie, Januar 1905.

des Temperaturmaximums zusammen; das zweite Maximum liegt in den Nachtstunden. Um letzteres festzustellen, wurden an 52 Tagen in der Zeit von $12-2^h$ nachts Beobachtungen gemacht, die erkennen liessen, dass das Nachtmaximum zwar entschieden vorhanden, aber bedeutend schwächer ist als das Mittagsmaximum.

Einen vollständig anderen Charakter zeigte die Tageskurve im Sommer 1904; sie ist flach und weist bloss ein ausgesprochenes Abendminimum auf, und ein Maximum um 8^h früh, wogegen das Mittagsmaximum fehlt. Die in den frühesten Morgenstunden erhaltenen Zerstreuungswerte liegen ebenso hoch oder höher als die der Beobachtungen in den heissen Nachmittagsstunden. Wie im jährlichen Verlauf, so hat also auch im täglichen Gang der Zerstreuung die grosse Hitze und Trockenheit des verflossenen Sommers übereinstimmend eine auffällige Depression mit sich gebracht. Bemerkenswert erscheint noch die Thatsache, dass diese abnorme Tageskurve sich in ihrer Gestalt der von Gockel[1]) auf dem Brienzerrothorn und der von V. Conrad[2]) auf dem Sonnenblick gefundenen Kurve merklich nähert. (Fehlen des Mittagsmaximums und Auftreten eines Morgenmaximums.)

3. Der Quotient q besitzt, wie sich aus 3082 Doppelmessungen ergiebt, ebenfalls eine doppelte tägliche Periode mit einem Hauptmaximum um $7^h p$, einem sekundären Maximum um $6^h a$ und zwei Minimis um 4^h früh und 11^h vormittags. Vergleicht man damit den täglichen Verlauf des Potentialgefälles, so findet man zwischen beiden eine ausgesprochene Ähnlichkeit, entsprechend dem bereits früher gefundenen Zusammenhang des Potentialgefälles mit q. Nicht minder deutlich ist die Ähnlichkeit des täglichen Ganges von q mit der Luftdruckkurve.[3])

q besitzt auch eine dem Verlauf des Potentialgefälles ähnliche Jahresperiode mit einem Maximum im Winter und einem Minimum im Sommer. Die Extreme von q, die zur Beobachtung gelangten, sind 6,18 und 0,18. Im Gesamtmittel ist für die Mittagsbeobachtungen $q = 1{,}14$.

4. Bei der Untersuchung des Zusammenhanges der Zerstreuung mit anderen meteorologischen Elementen wurde diesmal mit Rücksicht auf die im Vordergrund des Interesses stehende Ebertsche Theorie ein besonderes Augenmerk auf die gleichzeitigen Luftdruckverhältnisse gerichtet. Um für die Bearbeitung eine Richtschnur zu haben, habe ich vorerst anfangs September 1904 probeweise einige Zerstreuungsmessungen in der 62 m tiefen Steinbruchhöhle bei Kremsmünster ausgeführt, aus denen ich die Richtigkeit oder Unrichtigkeit der Ebertschen Theorie zu erkennen hoffte. Da nämlich der durch die Theorie geforderte Zusammenhang der Zerstreuung mit dem Barometerstand bei Messungen in der freien Luft durch zahlreiche Störungen, z. B. durch die Sonnenstrahlung, Feuchtigkeitsverhältnisse, Wind und ganz besonders durch die Verflüchtigung der Emanation in der Atmosphäre sehr leicht verwischt oder vollständig verdeckt werden kann, mussten für die Beobachtung solche Verhältnisse ausgesucht werden, in denen alle diese Störungen ausgeschlossen sind. Dies ist der Fall in grossen, abgeschlossenen Hohlräumen mit konstanter Temperatur und konstanter Feuchtigkeit. Da die ersten informierenden Messungen in der genannten Höhle Aussicht auf Erfolg versprachen, habe ich dann die Messungen, thatkräftig unterstützt von Herrn Direktor P. Schwab, einen Monat hindurch fortgesetzt.

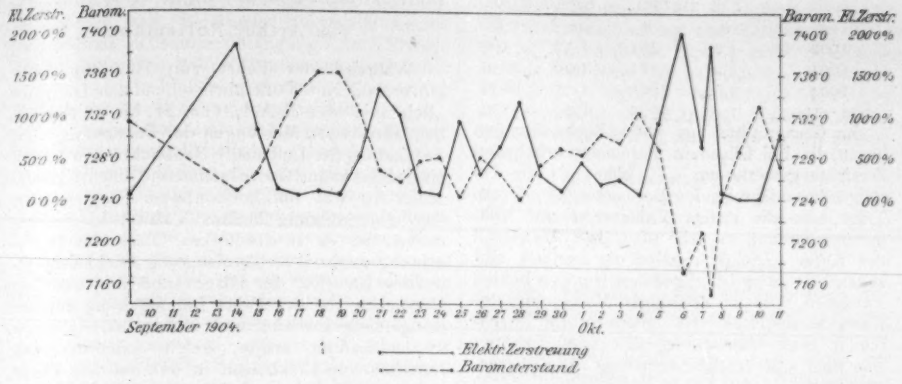
Die Resultate der Messungen, die aus der Figur ersichtlich sind, stehen in vollem Einklang mit der Ebertschen Theorie: Steigendes Barometer — abnehmende Ionisierung, fallendes Barometer — wachsende Ionisierung; und zwar ist die Genauigkeit der Übereinstimmung eine bei einem meteorologischen Elemente geradezu überraschende. Zudem handelt es sich hier nicht etwa um so geringe Schwankungen, wie wir sie bei den Messungen in der freien Luft bemerken, sondern um Schwankungen innerhalb ausserordentlich weiter Grenzen. Die beobachteten Extreme, 1,6 % und 202,5 % pro Minute verhalten sich wie 1 : 127. Barometerschwankungen von einigen Zehntelmillimetern sind in den Zerstreuungsmessungen schon sehr deutlich zu erkennen.

Für einige Tage des Oktobers 1904 liegen auch längere Messungsreihen vor, die ausgeführt wurden, um das Verhalten der Zerstreuung an den Wendepunkten des Barometerganges zu konstatieren. Es ergab sich thatsächlich die von Ebert vermutete 2—3 stündige Verspätung der Wendepunkte der Zerstreuung gegenüber den beiden Wendepunkten des Barometerstandes. Diese Verspätung, die sich aus den dem Hervordringen der Emanation entgegenwirkenden kapillaren Reibungswiderständen erklärt, ist deutlich zu ersehen aus den Messungen vom 4. bis 5. Oktober, die ich als Beleg anführen will:

4. Oktober 1904.

	$a+$	$a-$	Barometer
$6^h a$	14,8	11,3	731,9
10^h	—	—	733,0
$10^1/_2{}^h$	10,8	9,6	732,8

1) A. Gockel, Arch. des sc. phys. et nat. 1904.
2) V. Conrad, Wiener Ber. 1904, S. 1143.
3) Vergl. A. Gockel, diese Zeitschr. 5, 257, 1904.



4. Oktober 1904.

	$a+$	$a-$	Barometer
11^h	7,8	7,7	732,6
$11\,1/2^h$	7,3	7,6	732,3
$1\,1/3^h\,p$	11,6	12,1	731,4
2^h	15,4	14,2	731,1
$4\,1/2^h$	19,6	21,2	730,4
5^h	18,9	17,7	730,3
6^h	19,9	19,5	730,3

5. Oktober 1904.

$6\,1/2\,a$	91,9	70,9	729,2
8^h	73,7	70,3	729,4
9^h	60,2	52,9	729,5
$11\,1/3$	53,8	48,6	728,9
$3\,1/2\,p$	77,4	74,4	727,3
$4\,1/2^h$	87,0	73,2	727,4
6^h	92,5	82,1	727,5

Am 4. Oktober liegt der Wendepunkt des Barometers um $10^h a$, der Wendepunkt der Zerstreuung zwischen $11\,1/2^h$ und $1\,1/2^h$. Der 5. Oktober, der beide Wendepunkte des Barometers enthält, lässt ebenso deutlich Verspätung der Zerstreuung erkennen.

Von nicht minderem Interesse als die absoluten Werte der Zerstreuungskoeffizienten sind bezüglich der Ebertschen Theorie die Quotienten q. Nach Ebert sollten die positiven Ionen vorherrschen, also q grösser sein als 1; das ist aber nicht der Fall. Fast alle q sind kleiner als 1; q ist im Mittel 0,94. Doch wäre es voreilig, daraus auf ein Vorherrschen der negativen Ionen zu schliessen, da ja möglicherweise bei den Messungen, die, wie ausdrücklich hervorgehoben werden muss, grösstenteils ohne Schutzcylinder ausgeführt wurden, die Bedingungen für das Zustandekommen des Sättigungsstromes[1]) nicht gegeben waren und so die grössere Beweglichkeit der negativen Ionen ihre Zahl grösser erscheinen lässt als die der positiven. Ein Aspirationsapparat, der diese Frage entscheiden könnte, stand mir leider nicht zur Verfügung.

Erwiesen erscheint durch obige Versuche, dass bei Barometerschwankungen reichliche Emanationsmengen aus den Erdboden hervordringen, somit die Richtigkeit einer Grundanschauung der Ebertschen Theorie.

5. Ordnet man die in der freien Luft erhaltenen Zerstreuungskoeffizienten nach den den Beobachtungen unmittelbar vorausgehenden stündlichen Barometerschwankungen (δB), so erhält man im Gesamtmittel aus allen Beobachtungen folgende Zahlen (n ist die Zahl der Beobachtungen):

δB	a	n
$<-0{,}6$ mm	1,21	304
$-0{,}6$	1,30	225
$-0{,}5$	1,24	416
$-0{,}4$	1,20	660
$-0{,}3$	1,17	962
$-0{,}2$	1,14	1304
$-0{,}1$	1,11	1695
0,0	1,08	1423
$+0{,}1$	1,06	1441
$+0{,}2$	1,04	863
$+0{,}3$	1,01	561
$+0{,}4$	1,03	318
$+0{,}5$	1,04	196
$+0{,}6$	1,00	124
$>+0{,}6$	1,29	175

Die Gruppierung der Beobachtungen nach steigendem und fallendem Barometer (wobei $\delta B = 0{,}0$ zu steigendem Barometer gerechnet wurde), ergab für die einzelnen Jahre:

1) Vergl. H. Schering, Göttinger Dissertation 1904.

	Fall. Barom..		Steig. Barom.	
	a	*n*	*a*	*n*
1902	1,29	491	1,32	169
1903	1,21	2381	1,06	2032
1904	1,09	2693	1,05	2899
1902—1904	1,16	5565	1,06	5100

Im Gesamtmittel aus 10665 Beobachtungen liegen die bei fallendem Barometer erhaltenen Zerstreuungswerte um 9 % höher als die bei steigendem oder ruhendem Barometer gefundenen. Trägt man die erstere Zahlenreihe auf Millimeterpapier auf, so sieht man, dass der Abfall der Kurve ziemlich regelmässig verläuft und angenähert linear ist, abgesehen von den beiden Extremen, die in auffälliger Weise aus der Kurve heraustreten. Es entspricht im Durchschnitt einem Barometergefälle von 0,1 mm eine rund 3 prozentige Steigerung der Zerstreuungswerte.

Ordnet man die Mittagsbeobachtungen nach den Schwankungen der Tagesmittel des Barometerstandes, so ergiebt sich, dass die Mittelwerte bei fallendem Barometer um 2½ % höher liegen als die bei steigendem Barometer.

Die Mittelwerte der Zerstreuung sind bei unternormalem Barometerstand um 13% grösser als bei übernormalem Barometerstand.

Zu all diesen Resultaten ist zu bemerken, dass dieser Zusammenhang zwischen Zerstreuung und Luftdruck sich erst bei der Mittelbildung aus einer sehr grossen Anzahl von Beobachtungen ergiebt, während die Einzelbeobachtungen, ja selbst die Beobachtungen eines ganzen Jahres (1902) von der erwähnten Beziehung nahezu nichts erkennen lassen. Dies deutet darauf hin, dass der unzweifelhaft vorhandene Zusammenhang zwischen Zerstreuung und Luftdruck sehr häufig durch andere Ursachen verdeckt wird.

Vergleicht man diese Resultate mit der früher gefundenen Beziehung der Zerstreuung zu den mit der Sonnenstrahlung zusammenhängenden meteorologischen Elementen, so erkennt man, dass der Zusammenhang der Zerstreuung mit der Sonnenstrahlung in den Beobachtungen wesentlich deutlicher hervortritt als der Zusammenhang mit den Luftdruckschwankungen.

6. Die Wirkung der Luftdruckschwankungen reicht nach den Kremsmünsterer Beobachtungen[1]) nicht hin, die tägliche Periode der Elektrizitätszerstreuung zu erklären.

1) Vergl. dagegen Lüdeling, diese Zeitschr. 5, 447. 1904.

Wien, am 25. Januar 1905.

(Eingegangen 28. Januar 1905.)

Luftelektrische Beobachtungen auf dem Meere.

Von Arthur Boltzmann.

Während der Fahrt von Hamburg über Dover nach New York führte ich auf dem Dampfer „Belgravia" der H. A. L. vom 21. bis 31. August des Jahres 1904 Messungen der Zerstreuung und der Ladung der Luft aus.[1]) Beobachtet wurde mit einem Elster und Geitelschen und einem Ebertschen Apparat mit horizontalem Kondensator. Der Unterstützung meines Vaters, L. Boltzmann, ist es zu verdanken, dass das Beobachtungsmaterial verhältnismässig reichhaltig geworden ist. Da der Ebertsche Apparat bei Versuchen vor der Fahrt bei feuchtem Wetter mangelhafte Isolation und Unregelmässigkeiten in der Ladung zeigte, welche offenbar vom Kriechen von Elektrizität in den auf dem Bernsteinschutzdeckel aufgelagerten Staub herrührten, ersetzte ich diesen durch einen behufs Reinigung der Isolation auseinanderklappbaren Metalldeckel.

Das rückwärtige Elektroskopglas war, um es leicht entfernen zu können, mit Klammern befestigt. Mit Natriumtrocknung isolierte der Apparat nunmehr auch bei feuchtestem Wetter auf hoher See vorzüglich, so dass ein Reinigen der Isolation nicht erforderlich wurde.

Beobachtungsplatz war die jeweilig windgeschütztere Seite der Kommandobrücke, der Luftzug wurde noch durch aufgezogene Matten geschwächt. Die Höhe der Apparate über dem Meere betrug 12—13 m. Die Entladungsdauer betrug beim Ebertschen Apparat regelmässig 16 Minuten, die Zeit von 8 Glockenschlägen, beim Zerstreuungsapparat 15 Minuten.

Vom 21. bis 27. August war das Wetter häufigem Wechsel unterworfen, meist böig und viel Nebel, während der restlichen Tage war der Himmel fast wolkenlos und schwacher Wind. In dieser Zeit schönen Wetters zeigte besonders das Elektroskop des Ebertschen Apparates (beim andern waren die Gläser etwas mit Wachs verklebt) Schwankungen des Potentials in der Dauer von einer Viertelstunde. Bei ihrer langen Dauer und Regelmässigkeit dürften sie kaum durch Luftströmungen bei Erwärmung oder die bedeutend geringer gewordenen Schwankungen des Schiffes zu erklären sein. Dazu kam noch die merkwürdige Erscheinung, dass die Blättchen oft lange Zeit hindurch stark nach einer Seite gezogen wurden. Diese Phänomene möchte ich damit zu erklären versuchen, dass an den Bestandteilen des Schiffes angesammelte elektrische Ladungen durch die Elektroskopgläser die Blättchendivergenz beeinflussten. Diese dürften bei Sonnenschein in den mit harzigen Ölen

1) Die ausführliche Abhandlung findet sich in den Wiener Sitzungsberichten, Bd. CXIII. Dezember 1904.

imprägnierten Holzbestandteilen des Aufbaues entstanden sein, begünstigt durch die ausserordentliche Zusammendrängung der Niveauflächen über dem hohen Eisenkörper des Schiffes. Letzteres stellte ich durch Potentialgefällemessung mittels zweier Wasserelektroden fest.

Es zeigte sich auch bei Versuchen, die nach der Reise angestellt wurden, dass die Annäherung mit einer Influenzmaschine stark geladener Körper die Blättchendivergenz in der beschriebenen Weise beeinflusst, und zwar sowohl durch die Gläser, als auch, wenn sie dem offenen Kondensatorende des Ebertschen Apparats genähert wurden. Die grösste Wirkung erreichte ich an dem wie zur Isolationsprobe verschlossenen E. u. G.-Elektroskop mit einem herumgebogenen, grösseren, geladenen Bleche oder einer ausstrahlenden Spitze, bei dieser schlugen die Blättchen konstant an.

Ein ebenso wie zur Isolationsprobe verschlossenes Elektroskop beobachtete ich bei einer Ballonfahrt. Auch hier variierte der Ausschlag desselben in der Grössenordnung der Zerstreuungsbeobachtungen, was nur von dem Einfluss von Ladungen der Ballonbestandteile oder des Glases herrühren kann. Gitterschutz ist also auch hier notwendig.

Vom 21. bis 27. August war böiges Wetter, entsprechend einem westlich von Irland herrschenden Minimum des Luftdrucks. Im Süden zogen Centren hohen Druckes an dem in nördlichem Bogen fahrenden Schiffe vorbei. Am 28. steuerte dasselbe, vor Newfoundland nach Süden biegend, in den Bereich höheren Druckes, von welchem Tage auch schönes, fast wolkenloses Wetter herrschte.

Bei den Beobachtungen wurden die wichtigsten meteorologischen Daten mitnotiert; hier beschränke ich mich auf die Angaben einiger Mittelwerte. Das erste Mittel ist aus den Beobachtungen der ersten sieben regnerischen Tage genommen, in denen das Schiff so ziemlich die Mitte des Atlantic erreichte, das nächste aus denen der schönen Tage.

21.—27. August:

	n		n			
$E-$ = 0,368	35	$E+$ = 0,274	35	E = 0,321	Q = 1,4	
$a-$ = 2,01	20	$a+$ = 0,85	20	a = 1,43	q = 2.575	

28.—31. August:

$E-$ = 0,414	28	$E+$ = 0,269	28	E = 0,343	Q = 1,657
$a-$ = 3,19	37	$a+$ = 1,24	37	a = 2,214	q = 2,807

Gesamtmittel:

$E-$ = 0,391	63	$E+$ = 0,272	63	E = 0,332	Q = 1,528
$a-$ = 2,6	57	$a+$ = 1,05	57	a = 1,83	q = 2,69

Die Luftladung und Zerstreuung beider Vorzeichen stiegen mit dem Verlassen des Kanals. Am 25. und 27. August waren beide klein, die Ladung besonders am 25., einem trüben und bewölkten Tage, die Zerstreuung am 27. dem nebligsten Tage jedoch unter nicht stark bewölktem Himmel. Bei dem folgenden schönen Wetter hatten Ladung und Zerstreuung hohe Werte. Die negative Ladung der Luft, welche auch in der Nähe des europäischen Kontinents besonders gering war, verminderte sich wieder mit der Nähe des Landes. Diesem Verlauf schliesst sich auch Q an, indem es hier grösser wird.

Maximalwerte:

Dat.	$E-$	$E+$	Q	$a-$	$a+$	q
28.	0,986	(0,704)	(1.4)			
24.	(0,305)	1,103	(0,28)			
29.				6,1	(1,5)	(3.99)
28.				(3,78)	2,76	(1,37)

Die Werte der q sind durchaus gross, besonders die des Zerstreuungsapparats, im Gegensatz zur grösseren Wanderungsgeschwindigkeit der negativen Elektronen. Das dürfte der stärkeren Beeinflussung des Elster und Geitelschen Apparates durch das starke Erdfeld der Kommandobrücke und vielleicht auch der verteilenden Wirkung dieses Feldes zuzuschreiben sein. Die q nehmen bei beiden Apparaten merklich mit wachsendem Winde ab, an den Tagen mit grösster Windstärke werden beide kleiner als eins.

Die Ladung und Zerstreuung nehmen mit der Lufttemperatur, welche mit einem Aspirationspsychrometer beobachtet wurde, zu. Nebelbildung und diesiges Wetter verminderten besonders die Zerstreuung.

Die Stundenmittel aus den Beobachtungen der Luftladung und Zerstreuung erreichen gegen $11^h a$ und $3^h p$ Höchstwerte, das Nachmittagsmaximum überwiegt. An den Tagen mit ununterbrochenem Sonnenschein steigt die Luftladung mit diesem besonders stark. Bei positiver Kondensatorladung sind die Schwankungen geringer, beim Elster und Geitelschen Apparat ist das stärker der Fall. Mit Sonnenuntergang sinkt die Zerstreuung und zwar besonders bei positiver Ladung. Die positive Luftladung sinkt ausser am 28. August auch in dieser Zeit; die negative steigt jedoch hier und zeigt überhaupt während des Tages steigende Tendenz.

Die Maxima der Q, bei bewölktem Wetter von 10^h—$11^h a$ und 4^h—$5^h p$ rückten bei schönem Wetter beträchtlich zusammen. Die q haben um $8^h a$, $1^h p$ und um $3^h p$ hohe Werte.

Wien, Institut für theoretische Physik, Januar 1905.

(Eingegangen 17. Januar 1905.)

Die Spitzenentladung in ein- und zweiatomigen Gasen.

Von P. Ewers.

Die Spitzenentladung ist in letzter Zeit wiederholt Gegenstand quantitativer Unter-

suchungen gewesen. Für die Abhängigkeit des von Röntgen[1]) zuerst beobachteten Minimumpotentials vom Drucke wurde von Tamm[2]) für Luft die Formel

$$M_x = M_{76} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{76}{x} - \lg \frac{76}{x}}}$$

gefunden, wo M_x das Minimumpotential bei dem Drucke x cm, M_{76} dasjenige bei 76 cm Hg-Säule bedeutet. Röntgen kam bei seinen Untersuchungen bei 205 und 110 mm Hg zu dem Resultate, dass für positive Entladung bei verschiedenen Gasen und konstantem Druck das Produkt aus der mittleren freien Weglänge und dem Minimumpotential nahezu konstant ist. Von Warburg[3]) wurde für Luft bei hohen Potentialen für die bei dem Potentiale V übergeströmte Elektrizitätsmenge i die Formel aufgestellt: $i = cV(V - M)$. Sieveking[4]) stellte dagegen für Spannungen unter 5000 Volt die einfachere Formel auf: $i = a(V - M)$. Tamm brachte die Abhängigkeit des i von V und dem Drucke mit dem Minimumpotential in Beziehung und stellte die allgemeine, für Luft geltende Formel auf:

$$i_x = c \cdot V(V - M)\left|\frac{76}{x} - \sqrt[3]{\frac{V}{10^5}\lg\left(\frac{76}{x}\right)}\right|^2$$

Die infolge des von der Spitze ausgehenden „elektrischen Windes" auf diese selbst ausgeübte Reaktionswirkung wurde von Arrhenius[5]) untersucht, und sie erwies sich bei konstanter Stromstärke für positive Entladung dem Gasdrucke proportional; bei verschiedenen Gasen und gleichem Drucke war die Reaktion nahezu der Quadratwurzel aus dem Molekulargewicht proportional.

Die Geschwindigkeit der bei der Spitzenentladung erzeugten Ionen wurde von Chattock[6]) gemessen, und es ergaben sich die gleichen Werte wie für die durch Röntgenstrahlen erzeugten Ionen.

Der Einfluss der Temperatur auf die Spitzenentladungen beiderlei Vorzeichens wurde von Warburg[7]) für H_2 und N_2 untersucht, und es ergab sich, dass die Leitung in einem Gase für negatives Spitzenpotential bei Abkühlung verbessert wird. Bei positiver Spitze ist der Temperatureinfluss viel geringer, und er äussert sich bei kleinen Potentialdifferenzen in demselben, bei grösseren in dem entgegengesetzten Sinne als bei negativer Entladung. Der Wert des Minimumpotentiales nimmt für beide Vorzeichen mit abnehmender Temperatur ab.

Von Warburg[1]) ist auch bereits im Helium die Spitzenentladung untersucht worden, und es zeigte sich bei negativer Spitze, dass die Leitung des Heliums die des N_2 und H_2 bei weitem übertrifft.

Ferner wurde der Einfluss, den Verunreinigungen der Gase auf die Spitzenentladung ausüben, ebenfalls von Warburg[2]) untersucht, und es ergab sich, dass vor allem die Gegenwart von nur geringen Sauerstoffmengen die Stromstärke bei negativer Spitze ganz bedeutend, bis auf den vierzigsten Teil, herabzusetzen vermochte, während der Einfluss auf die positive Entladung nur gering war, so dass man also bei allen derartigen Untersuchungen auf allergrösste Reinheit der Gasfüllungen zu sehen hat.

Nach Stark[3]) und Warburg[4]) hat man die negative Spitzenentladung als Glimmentladung aufzufassen, da sich der leuchtende Punkt an der Spitze bei hohen Drucken unter dem Mikroskop in die drei bekannten Schichten: das negative Glimmlicht, den Faradayschen Dunkelraum und den positiven Büschel auflösen lässt; bei tieferen Drucken ist die Trennung schon mit blossem Auge zu erkennen.

Eine Theorie der Spitzenentladung auf Grund der Ionentheorie ist von Stark[5]) ausgearbeitet worden, und die Beobachtungen verschiedener Forscher liefern eine gute Bestätigung derselben.

Aus dem soeben Mitgeteilten erkennt man, dass es wichtig war, eine Reihe von Gasen, namentlich auch die einatomigen, die in dieser Beziehung ganz besondere Eigentümlichkeiten zeigen, bei verschiedenen Drucken und Temperaturen unter genau identischen Bedingungen und bei denkbar höchster Reinheit systematisch durchzuuntersuchen. Ich habe dieses in etwa 300 Beobachtungsreihen mit im ganzen 2000 definitiven Einzelmessungen durchgeführt. Zur Fernhaltung kleinster Spuren von Verunreinigungen wurde von der Gasverflüssigung ausgiebigster Gebrauch gemacht.

Die Untersuchungen wurden mit den beiden einatomigen Gasen Helium und Argon, und den beiden zweiatomigen Gasen Wasserstoff und Stickstoff ausgeführt.

Das Helium wurde aus Cleveit durch Aufschliessen mit Schwefelsäure nach einem im hiesigen Institute erprobten Verfahren gewonnen und zum Zwecke der Reinigung, vor allem zur Beseitigung des N_2, solange nach dem Zusetzen von O_2 über Kalilauge gefunkt, bis während

1) W. C. Röntgen, Gött. Nachr. 1878, S. 390–404.
2) F. Tamm, Ann. d. Phys. **6**, 259–279, 1901.
3) E. Warburg, Wied. Ann. **67**, 69–83, 1899.
4) H. Sieveking, Ann. d. Phys. **1**, 299–311, 1900.
5) Sv. Arrhenius, Wied. Ann. **63**, 305–313, 1897.
6) A. P. Chattock, Phil. Mag. V, **48**, 401–420, 1899.
7) E. Warburg, Berl. Ber. **48**, 1062–1067, 1902.

1) E. Warburg, Ann. d. Phys. **2**, 295–316, 1900.
2) E. Warburg, Ann. d. Phys. **2**, 295–316, 1900.
3) J. Stark, Verh. d. D. Physik. Ges. **6**, 104–120, 1904.
4) E. Warburg, Verh. d. D. Physik. Ges. **6**, 209–210, 1904.
5) Vgl. z. B. J. Stark, Ann. d. Phys. **7**, 417, 919, 1902; **8**, 829, 1902.

24 Stunden keine Volumabnahme mehr zu konstatieren war. Der O_2 wurde darauf durch reinsten Phosphor verbrannt und das Gas durch das entstandene P_2O_5 zugleich vorgetrocknet. Die endgültige Trocknung geschah, wie auch bei den anderen Gasen, mittels flüssiger Luft.

Das Argon wurde aus den Rückständen von 1800 l flüssiger Luft, die bis auf 1 l Flüssigkeit eingedampft waren, gewonnen, die dem hiesigen Institute von der Gesellschaft für Lindes Eismaschinen, Abteilung für Gasverflüssigung[1]) freundlichst zur Verfügung gestellt wurden. Die Gewinnung desselben zerfiel in die folgenden fünf Stufen: 1. Beseitigung des O_2 mittels *Cu* in grossen Verbrennungsöfen; 2. Entfernung des N_2 durch Bindung desselben durch *Ca* mittels der Hempelschen Mischung[2]), bestehend aus Kalk, Magnesium und metallischem Natrium; 3. Absorption des hierbei gebildeten H_2 und *CO* durch Überleiten über glühendes *Cu O* in einem Verbrennungsofen; 4. Funken des nunmehr schon fast reinen Edelgases nach genügendem Zusatz von O_2 über Kalilauge und darauffolgende Absorption des O_2 mittels reinsten Phosphors; 5. Trennung des Argon von den übrigen Edelgasen durch fraktionierte Destillation nach Ramsay und Travers.[3])

Der Wasserstoff wurde elektrolytisch aus ganz reiner Kalilauge in einem vollkommen aus Glas bestehenden Apparate, in den Platinelektroden von 60 cm^2 Oberfläche eingeschmolzen waren, dargestellt. Vor der Benutzung wurde derselbe bis zu einem Drucke gleich der Spannkraft der Lösung evakuiert und auf diese Weise alle gelösten Gase entfernt. Auch nachher kam der elektrolytisch entwickelte H_2 nie mehr mit der atmosphärischen Luft in Berührung.

Der Stickstoff wurde nach dem von Knorre[4]) angegebenen Verfahren aus Ammoniumsulfat, Natriumnitrit und Kaliumchromat dargestellt und nach dem Passieren der verschiedensten Absorptionsmittel in einem in flüssige Luft tauchenden Kondensationsgefässe verflüssigt; nur der unter Luftabschluss verdampfende Stickstoff wurde zu den Messungen verwendet.

Als Elektrizitätsquelle diente eine zwanzigplattige Influenzmaschine, welche durch einen Elektromotor angetrieben wurde; dieselbe war mit zwei grösseren Leydner Flaschen verbunden, um die durch Unregelmässigkeiten im Gange der Maschine auftretenden Schwankungen in der Stromstärke möglichst auszugleichen. Die Spannungen bis zu 10000 Volt wurden mit einem von M. Th. Edelmann gebauten Ebert-Hoffmannschen Plattenvoltmeter[1]) gemessen, welches zwar ursprünglich für Wechselstrommessungen konstruiert war, das sich aber durch Anlegen eines geeigneten Nebenschlusses in ein sehr brauchbares Gleichstrominstrument verwandeln liess. Die übertragenen Elektrizitätsmengen wurden mit einem Edelmannschen Spulengalvanometer gemessen, welches durch Parallelschalten von zwei entsprechenden Widerständen einen Empfindlichkeitsbereich zwischen $1{,}3 \cdot 10^{-8}$ bis $5 \cdot 10^{-4}$ Ampère besass.

Der eigentliche Entladungsapparat bestand aus einem 7 cm weiten, 9 cm langen Glasrohre, welches unten verschmolzen war und hier eine Plattenelektrode aus vernickeltem Messing von 6 cm Durchmesser trug. In der Achse des Rohres befand sich 3,5 cm über der Platte eine Platinspitze, bestehend aus einem 0,25 mm dicken, in ein Glasrohr eingeschmolzenen und 3 mm aus ihm herausragenden Drahte, der auf einem sogenannten Abziehsteine so lange zugeschliffen war, bis derselbe unter dem Mikroskop bei etwa 30facher Vergrösserung noch spitz erschien.

Das Entladungsrohr konnte oben durch einen sehr gut schliessenden, nicht gefetteten, aber durch *Hg* gedichteten Glashahn von den übrigen Apparatteilen abgeschlossen werden; diese bestanden aus zwei zur Bestimmung des Druckes dienenden Quecksilbermanometern, zwei zur Untersuchung der Gase dienenden Geisslerschen Röhren für hohe und tiefe Drucke, einem mit *S*-Stückchen und *Cu*-Spänen gefüllten *U*-Rohre zur Absorption der *Hg*-Dämpfe und einem in flüssige Luft tauchenden *U*-Rohre zur Kondensation aller etwa noch vorhandenen und bei -190^0 kondensierenden Verunreinigungen. Alle Apparatteile waren miteinander verschmolzen und der Abschluss geschah nur durch Quecksilber, so dass Verunreinigungen irgendwelcher Art vollkommen ausgeschlossen waren. Um den Zusammenhang zwischen Spannung und Stromstärke und damit die „Charakteristik" in jedem einzelnen Falle genau verfolgen zu können, waren das Voltmeter und das Galvanometer so aufgestellt, dass man ihre Bewegungen von einem Punkte aus beobachten konnte. Zu dem Zwecke waren an einem Stative die zwei Beobachtungsfernrohre nebeneinander in gleicher Höhe angebracht, so dass ihre äusseren Okularblenden denselben Abstand voneinander hatten wie die Pupillen des Beobachters. An demselben Stative befanden sich dann an den erforderlichen Stellen die

1) Es sei gestattet, auch an dieser Stelle der genannten Gesellschaft meinen besten Dank auszusprechen.

2) W. Hempel, Gasanalyse, III. Aufl., 150, 1900.

3) W. Ramsay und M. W. Travers, Phil. Trans. A. 197, 47—90, 1901.

4) Knorre, Die chem. Industrie **25**, 531—536, 550—555, 1903.

1) H. Ebert und M. W. Hoffmann, Zeitschr. f. Instrumentenkunde **18**, 1—4, 1898.

Skalen. Blickte man gleichzeitig in die beiden Fernrohre, so erschienen die durch die inneren Okularblenden begrenzten Stücke der beiden Skalen dicht nebeneinander und die Ausschläge der Instrumente konnten genau gleichzeitig abgelesen werden. Zur Regulierung der durch den Entladungsapparat fliessenden Elektrizitätsmenge war zu diesem ein mit einer Feinbewegung versehener Glyzerinwiderstand parallel geschaltet, wodurch es ermöglicht wurde, jede beliebige Spannung und die ihr entsprechende Stromstärke konstant zu halten.

Es wurden für die vier oben erwähnten Gase sowohl die Minimumpotentiale als auch die Stromcharakteristiken für beide Vorzeichen aufgenommen, und zwar für Drucke zwischen 720 und 50 mm *Hg* bei den Temperaturen $+18^0$, -65^0 (hergestellt durch Kohlensäureschnee und Alkohol) und -189^0 (Temperatur der verwendeten flüssigen Luft). Es ergaben sich die folgenden Resultate:

1. Als Beziehung zwischen dem Druck und dem Minimumpotentiale bei konstanter Temperatur gilt im allgemeinen die Formel

$$M_n = C + (M_1 - C)\sqrt{\frac{p_n}{p_1}}, \qquad (1)$$

wo M_n der Wert des Minimumpotentials bei dem Drucke p_n, M_1 derselbe bei dem Drucke p_1 ist. Diese Formel wurde empirisch gefunden, indem die Wurzeln aus den Drucken als Abszissen und die zugehörigen Minimumpotentialwerte als Ordinaten aufgetragen wurden; man erhielt dann für jedes Gas bei einer bestimmten Temperatur und für ein bestimmtes Vorzeichen eine gerade Linie, die aber nicht durch den Koordinatenanfangspunkt hindurchgeht (daher die additive Konstante C), so dass also dem Drucke $p = 0$ nicht auch ein $M = 0$ entsprechen würde. Für ein anderes Gas, eine andere Temperatur oder das entgegengesetzte Vorzeichen hatten die Geraden andere Lagen.

Dieses Gesetz findet sich bei der negativen Spitzenentladung, wo wir die reine Erscheinung des negativen Glimmlichts an der Spitze haben, überall bestätigt. Auch bei positiver Spitze gilt dasselbe durchweg, bis auf ein paar Ausnahmen, was aus dem Grunde nicht verwunderlich ist, weil auch sonst die Entladungserscheinungen an der Anode bei weitem nicht so regelmässig sind wie an der Kathode, wo sie im wesentlichen durch den Kathodenfall bedingt sind. Eine Ausnahme zeigt zunächst das Helium bei $+18^0$, indem das positive Minimumpotential in dem Druckbereiche von 720 mm bis 340 mm *Hg* vom Drucke unabhängig war; es hatte hier konstant den Wert 905 Volt. Beim H_2 haben wir bei $+18^0$ von Atmosphärendruck bis etwa 170 mm *Hg*, beim N_2 bis etwa 150 mm das durch die obige Formel ausgedrückte normale Verhalten auch der positiven Spitzenentladung, solange wir es mit einer reinen Spitzenentladung zu thun haben. Bei weiterer Druckerniedrigung geht dieselbe dann in die Glimmentladung über, was sich durch das Auftreten einer Lichterscheinung auch an der Plattenelektrode und durch ein beträchtliches Zunehmen der Stromstärke bemerkbar macht. Bei der graphischen Aufzeichnung kommt dieses in der Weise zum Ausdruck, dass die Geraden, welche die Beziehung zwischen $\sqrt{p}$ und M darstellen, bei 170 mm bezw. 150 mm *Hg* in Kurven übergehen, die zuerst ein Stück nahezu horizontal verlaufen und darauf bei fortgesetzter Druckverminderung infolge weiterer Abnahme der Minimumpotentialwerte sich langsam abwärts wenden, um bei tiefen Drucken verhältnismässig schnell wieder anzusteigen.

Beim Helium wurde auch bei negativer Spitze bei tieferen Temperaturen eine reine Spitzenentladung erhalten, was aus dem Umstande gefolgert wurde, dass der Strom, der sonst bei negativer Spitze immer wenigstens von der Grössenordnung 10^{-6} Ampère war, in der Nähe des Minimumpotentials bei Erniedrigung der Spannung in die Grössenordnung 10^{-8} Ampère umschlug; wurde bei langsamer und sehr vorsichtiger Spannungssteigerung beobachtet, so setzte die Entladung mit einer Stromstärke von der Ordnung 10^{-8} Ampère ein; bei weiterer Steigerung der Spannung ging der Strom dann unstetig in die Grössenordnung 10^{-6} Ampère über. Es wurden auf diese Weise immer je zwei Minimumpotentialwerte erhalten, einer für die reine negative Spitzenentladung, der andere für die Glimmentladung wie bei den übrigen Gasen. Die Minimumpotentiale für die reine negative Spitzenentladung im Helium hatten ganz besonders kleine Werte, die bei den höheren Drucken höchstens 300 Volt betrugen.

2. Für die positive Spitzenentladung wurde bei der vorliegenden Versuchsanordnung ein Gesetz gefunden, welches dem von Röntgen aufgestellten ähnlich ist, das aber eine Erweiterung in der Richtung erfahren hat, dass es sich auch auf die einatomigen Gase bezieht. Dasselbe lautet: Das Produkt aus dem Minimumpotential M und der Wurzel aus der mittleren freien Weglänge L, dividiert durch die Wurzel aus der Anzahl n der Atome im Molekül, also der Ausdruck

$$\sqrt{\frac{L}{n}} \cdot M = A \qquad (2)$$

hat für die untersuchten ein- und zweiatomigen Gase bei dem gleichen Drucke und derselben Temperatur nahezu den

gleichen Wert. Mit abnehmendem Drucke nimmt der Wert von A ein wenig zu. Die mittleren freien Weglängen für die tieferen Temperaturen wurden nach der Sutherlandschen Formel [1])

$$L = L_0 \frac{1 + \alpha C'}{1 + \frac{C'}{\Theta}} \qquad (3)$$

berechnet, indem für L_0 und C', d. h. für die mittlere freie Weglänge bei 0° und die Kohäsionskonstante, die für jedes Gas charakteristischen Werte eingesetzt wurden; α ist der thermische Ausdehnungskoeffizient und Θ die absolute Temperatur.

Setzt man die auf diese Weise gewonnenen Werte für die mittleren freien Weglängen mit den bei den tieferen Temperaturen erhaltenen Minimumpotentialwerten in Beziehung, so findet man, dass A von 18° bis −65° bei dem gleichen Drucke im Verhältnis von etwa 1,1 : 1, von 18° bis −189° im Verhältnis von etwa 1,45 : 1 abgenommen hat, wie z. B. aus dem folgenden Beispiele ersichtlich ist:

Stickstoff bei 704 mm Hg

$t =$	18°	−65°	−189°
$A =$	70,5	63,8	$50{,}1 \cdot 10^{-1}$

$A_{18}/A_{-65} = 1{,}11, \qquad A_{18}/A_{-189} = 1{,}41.$

3. Als Beziehung zwischen der übertragenen Elektrizitätsmenge und der hierzu erforderlichen Spannungsdifferenz ergab sich für die einatomigen Gase Helium und Argon das für alle Temperaturen und Drucke sowie für beide Vorzeichen gültige Gesetz:

$$\sqrt{i} = c\bar{V} + C''. \qquad (4)$$

Hier bedeutet $\bar{V}$ die sogenannte disponible Spannungsdifferenz, d. h. die Differenz zwischen dem thatsächlich gemessenen Potential V und dem Minimalpotential M, also $\bar{V} = (V - M)$. Trägt man also die Werte von $\bar{V}$ als Abszissen und die zugehörigen Werte von $\sqrt{i}$ als Ordinaten in ein Koordinatensystem ein, so liegen sämtliche Punkte je einer Reihe auf einer Geraden, deren Richtung durch c, deren Lage in Bezug auf den Koordinatenanfangspunkt durch C'' charakterisiert ist. Für jede einzelne Reihe sind also c und C'' Konstante, für verschiedene Reihen nehmen sie andere Werte an, und zwar hat C'' für positive Entladung für die verschiedenen Drucke und Temperaturen durchweg einen Wert von etwa

$5 \cdot 10^{-5}$ absoluten E. M. Stromstärkeeinheiten

für negative Entladung dagegen nimmt bei + 18° der Wert von C'', der hier

etwa $5 \cdot 10^{-4}$ E. M. E.

beträgt, von hohen zu tiefen Drucken bedeutend ab. Auch bei den tieferen Temperaturen ist eine Abnahme von C'' deutlich wahrzunehmen. Diese Zusatzgrösse C'' bringt die physikalische Erscheinung zum Ausdruck, dass mit abnehmender Spannung die Stromstärke nicht stetig zu Null abnimmt, sondern in der allernächsten Nähe des Minimalpotentials von einem bestimmten kleinen Werte sprungweise zu Null übergeht. Der Wert von c dagegen, der Richtungskonstanten bei der graphischen Darstellung, deren reziproker Wert uns geradezu ein Mass für den Widerstand angiebt, den die Spannung zu überwinden hat, um die augenblickliche Stromstärke hervorzubringen, erwies sich bei der positiven Entladung als nahezu unabhängig von der Temperatur, dagegen nahm sie etwa umgekehrt proportional der Wurzel aus dem Drucke zu.

Bei der negativen Entladung zeigen das Helium bei + 18° und das Argon bei + 18° und −65° ein ganz besonderes Verhalten, indem nämlich mit abnehmendem Drucke beim Helium bis etwa 350 mm Hg, beim Argon bis etwa 250 mm Hg auch der Wert von c abnimmt, um erst bei weiterer Druckerniedrigung wieder zu wachsen, d. h. also, bei den höheren Drucken hat eine Druckerniedrigung eine Leitfähigkeitsverminderung zur Folge, die erst bei verhältnismässig tiefen Drucken wieder zunimmt. Bei den Temperaturen −65° und −189° nahm dagegen beim Helium der Wert von c mit abnehmendem Drucke sogleich zu. Infolge dieser eigentümlichen Umkehrerscheinung war bei der negativen Entladung keine einfache Beziehung zwischen der bei einer bestimmten Spannung übertragenen Elektrizitätsmenge und der Temperatur festzustellen, es liess sich nur allgemein konstatieren, dass mit abnehmender Temperatur die relative Leitfähigkeit anfangs bedeutend zunimmt, wenn dieselbe dann auch, besonders bei hohen Drucken, bei weiterer Temperaturerniedrigung wieder um einen grossen Betrag sinkt.

Bei den zweiatomigen Gasen H_2 und N_2 äussert sich der Einfluss von Druck- und Temperaturänderungen auf die Entladung in wesentlich anderer Weise, als wir dieses bei den einatomigen Gasen soeben kennen gelernt haben. Dass die Entladung bei den letzteren in dem ganzen untersuchten Druck- und Temperaturbereiche nur das eine durch Formel (4) dargestellte Gesetz befolgt, liegt jedenfalls in der Einatomigkeit derselben begründet. In der Zusammengesetztheit der Molekeln der zweiatomigen Gase wird andererseits der Grund dafür zu suchen sein, dass wir bei denselben die einfache Formel (4) nicht überall erfüllt antreffen, sondern dass bei den weiten Grenzen der Untersuchungen das Gas ein in elektrischer Beziehung verschiedenes Verhalten zeigt, das

1) O. E. Meyer, Theorie der Gase, II. Aufl. S. 168, 1899.

sich in folgender Weise äussert: Während die Abhängigkeit der Stromstärke von der Spannung bei den tieferen Drucken und den tieferen Temperaturen wiederum durch die Formel (4) dargestellt wird, geht diese bei den höheren Drucken und den höheren Temperaturen allmählich in ein anderes Gesetz über, welches an seine Stelle tritt, nämlich in die Beziehung:

$$i^{1/2} = aV + B \qquad (5)$$

Der physikalische Unterschied dieser beiden Formeln ist sofort ersichtlich, wenn man dieselben differentiiert. Da es nur auf die Neigung der durch sie dargestellten Kurven ankommt, so differentiieren wir die vereinfachten Formeln

$i = c^2 V^2$ 4′) und $i = a^{1/2} V^{1/2}$ 5′).

4′) giebt differentiiert

$$di = 2c^2 V dV = \varkappa V \cdot dV;$$

analog giebt 5′)

$$di = {}^1/_2 a^{1/2} \sqrt{V}\, dV = \lambda \cdot \sqrt{V}\, dV.$$

Man erkennt also, dass die Neigung gegen die V-Achse $\frac{di}{dV}$ im ersten Falle proportional mit V, im zweiten proportional mit $\sqrt{V}$ ist, d. h. es ist im zweiten Falle eine grössere Spannungssteigerung erforderlich, um die Stromstärke um den gleichen Betrag zu erhöhen als im ersten Falle. Bei der negativen Entladung verhalten sich die beiden Gase H_2 und N_2 nahezu gleich, d. h. also, bei 18° gilt bei beiden Gasen die Formel (5) für alle Drucke, bei −65° und −189° und tieferen Drucken die Formel (4). Bei der positiven Entladung verhalten sie sich dagegen etwas verschieden, indem die Arbeit, welche zur Ionisierung des Wasserstoffs vor allem bei tiefen Temperaturen erforderlich ist, geringer ist, als die zur Ionisierung des Stickstoffs erforderliche Arbeit für die gleichen Drucke und Temperaturen; es gilt nämlich beim Stickstoff durchweg die Formel (5), während dieselbe beim Wasserstoff nur bei hohen Drucken bei den Temperaturen + 18° und −65° gültig ist. Bei den einatomigen Gasen ist aus diesem Grunde die Ionisierungsarbeit also durchweg klein.

Wenn wir die Stromcharakteristiken auf die disponiblen Spannungen beziehen, so sind dieselben nahezu von der Temperatur unabhängig, und zwar ist dieses Verhalten bei den einatomigen Gasen besonders deutlich zu erkennen.

Als Ergebnis der Beobachtungen haben wir zwei Gesetze kennen gelernt, nämlich das in Formel (2) ausgesprochene, welche molekulare Eigenschaften der Gase mit dem Minimumpotential in eine einfache Beziehung setzt, und anderseits die Formel (4), welche die Charakteristik für die verschiedenen Gase enthält. Es fragt sich nun, ob nicht zwischen den Konstanten dieser beiden Gesetze eine einfache Beziehung besteht, insbesondere, ob nicht die Grösse c der Formel (4) mit einer der in Formel (2) vorkommenden, auf die Natur des Gases sich beziehenden Grössen in naher Beziehung steht. Es wurde nun schon oben darauf hingewiesen, dass die Neigungen der Geraden, welche Formel (4) darstellen, sich nahezu umgekehrt proportional der Wurzel aus dem Drucke ändern; da nun aber umgekehrt proportional dem Drucke die freie Weglänge sich ändert, so wird die Konstante c^2 der freien Weglänge L direkt proportional sein und man kann daher die Charakteristik, abgesehen von der nur eine Koordinatenverschiebung darstellenden Konstanten C'', auch schreiben:

$$i = k \cdot L \cdot V^2.$$

Die Konstante k enthält noch den Einfluss des Entladungsgefässes, der Gestalt der Spitze, des Abstandes von Spitze und Platte u. s. w., der bereits zum Teil durch andere Autoren bestimmt wurde.

Man sieht also, dass bei gegebener disponibler Spannung die erhaltenen Stromstärken für die hier untersuchten ein- und zweiatomigen Gase bei Druckänderungen einfach der mittleren freien Weglänge der Gasmoleküle proportional sind.

Herrn Prof. Dr. Ebert, welcher die Anregung zu der vorliegenden Arbeit gegeben hat und mich im Verlaufe derselben des öfteren bereitwilligst unterstützte, möchte ich auch an dieser Stelle meinen aufrichtigsten Dank aussprechen.

München, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule, Januar 1905.

(Eingegangen 19. Januar 1905.)

Über die dielektrische Viskosität der Dielektrika.

Von O. M. Corbino.[1])

1. Die Elektrizitätsmenge auf den Belegungen eines unter einer sinusförmig oszillierenden Potentialdifferenz stehenden Kondensators ist gegen das elektrische Feld um einen Winkel ϑ verzögert. Diese Verzögerung habe ich bestimmt für den Fall eines Kondensators aus paraffiniertem Papier und mit Sinusströmen von Frequenzen zwischen 2000 und 4000 in der Sekunde.

Zu diesem Zwecke legte ich an die Pole

1) Diese Arbeit wurde im Physikalischen Institut der kgl. Universität zu Palermo (Direktor Prof. D. Macaluso) ausgeführt. — Der ausführliche Bericht wird im Nuovo Cimento veröffentlicht werden.

eines Voltabogens ein etwas kompliziertes System. Dasselbe bestand aus vier Selbstinduktionen L_1, L_2, L_3, L und zwei Kondensatoren C, C_1. Die Anordnung ist aus Figur 1 ersichtlich.

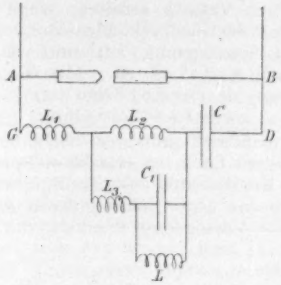


Fig. 1.

Wurde die Intensität des den Bogen speisenden Stromes langsam und kontinuierlich gesteigert und dabei der Bogen verkürzt, so näherten sich die in den verschiedenen Nebenkreisen cirkulierenden Duddellströme, welche für gewöhnlich eine unvollkommene Sinusform hatten, mehr und mehr der vollkommenen Sinusform.[1])

War die Eigenperiode des Systems $[C_1\ L]$ kleiner als die der äusseren Ströme, so hatten die Ströme in den Spulen L_3 und L verschiedene Perioden. Es war indessen Periodengleichheit vorhanden, wenn das System $[C_1\ L]$ eine höhere Eigenperiode hatte als die äusseren Ströme; und in der Nachbarschaft der Periodengleichheit hatten die Ströme in L beträchtliche Intensität.

Ich liess die beiden Spulen L_3 und L auf eine Braunsche Röhre wirken, so dass sie oszillatorische Ablenkungen des Kathodenstrahlbündels in zwei zu einander senkrechten Richtungen hervorriefen. Es zeigte sich dann auf dem Fluoreszenzschirm eine Ellipse entsprechend der Zusammensetzung der beiden Ablenkungen, und aus dieser liessen sich leicht die Maximalintensitäten $\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{J}_2$ in den Spulen L_3 und L, sowie ihre Phasendifferenz γ ableiten.

2. Es sei V der Vektor, welcher die an den Enden des Kondensators C_1 und der Spule L vorhandene Potentialdifferenz darstellt (s. Fig. 2). Die Intensität in der letzteren werde dargestellt durch den Vektor $\mathfrak{J}_2$, welcher mit der zu OV senkrechten Richtung OY einen kleinen Winkel φ bildet, der gegeben ist durch die Gleichung

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{r}{L\omega}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

1) Corbino, Sul mecanismo di produzione delle correnti di Duddell. Atti Associaz. Elettrotecn. Ital. Ottobre 1903.

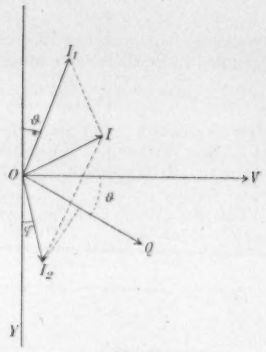


Fig. 2.

Hier bezeichnet ω die Wechselzahl und r den Widerstand der Spule. Die auf den Belegungen vorhandene Elektrizitätsmenge Q ist wegen der Hysteresis um den Winkel ϑ verzögert gegen das elektrische Feld, welches seinerseits mit V in Phase ist. Es wird sonach die Stromstärke $\mathfrak{J}_1$ im Kondensator der Potentialdifferenz V um $\left(\frac{\pi}{2} - \vartheta\right)$ voreilen.

Die Intensität $\mathfrak{J}$ in der Spule L_3 wird gegeben werden durch den aus $\mathfrak{J}_1$ und $\mathfrak{J}_2$ resultierenden Vektor. Nennt man γ den Betrag, um den $\mathfrak{J}$ gegen $\mathfrak{J}_2$ voreilt, entsprechend der auf der Fluoreszenzscheibe erhaltenen Ellipse, und setzt man

$$\alpha = 180^0 - \gamma,$$

so lässt sich leicht beweisen, dass

$$\operatorname{tg}(\varphi + \vartheta) = \frac{\sin \alpha}{\frac{\mathfrak{J}_2}{\mathfrak{J}} + \cos \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

ist.

3. Im folgenden teile ich meine Versuchsergebnisse mit.

Erster Versuch: Der Kondensator C war ein Glimmerkondensator von 1 Mikrofarad von der Firma Siemens & Halske. Der zu untersuchende Kondensator C_1 war aus paraffiniertem Papier von der Firma Keiser & Schmidt hergestellt und hatte für die angewandte Frequenz eine wahre Kapazität von 0,8 Mikrofarad. Es waren ferner $L_1 = 0$, $L_2 = 2{,}25$, $L = 4{,}3$ Millihenry. Die Periode des Stromes entsprach einer Anzahl von 3640 ganzen Schwingungen in der Sekunde. Die Ellipse ergab für die Verzögerung γ die Gleichung

$$\alpha = 180^0 - \gamma = 8^0\,20'.$$

Die Verzögerung wurde aus den Dimensionen der Achsen und aus ihrer Orientierung bestimmt. Es war nun

$$\frac{\mathfrak{J}_2}{\mathfrak{J}} = \frac{4}{3}$$

und so ergab schliesslich Gleichung (2) den Wert

$$\varphi + \vartheta = 3^0 45'.$$

Zweiter Versuch: Ich gab der Selbstinduktion L_1 den Wert von 4,3 Millihenry, dem Kondensator C_1 die Kapazität 2,4 Mikrofarad. Die übrigen Grössen waren dieselben wie im vorigen Versuch. Die Schwingungszahl wurde hierbei 1900. Dann war

$$\alpha = 180^0 - \gamma = 10^0 45',$$

$$\frac{\mathfrak{J}_1}{\mathfrak{J}_2} = \frac{9}{6{,}5},$$

also:

$$\varphi + \vartheta = 4^0 30'.$$

Dritter Versuch: An Stelle des zu untersuchenden Kondensators setzte ich das Glimmermikrofarad, an Stelle von C ein Mikrofarad nominell aus paraffiniertem Papier. Ferner wurde die Induktanz L_1 so modifiziert, dass — wie in den vorhergehenden Fällen — die Periode von $[C_1\ L]$ sehr nahe gleich derjenigen der äusseren Ströme wurde, welche einer sekundlichen Schwingungszahl von 4000 entsprach. Der Versuch ergab dann

$$\varphi + \vartheta = 1^0 48'.$$

Vierter Versuch: Ich verfuhr so, dass bei Vertauschung der beiden Kondensatoren und Veränderung der verschiedenen Konstanten die Stromfrequenz und die Lage der grossen Ellipsenachse unverändert blieben. Ich konnte dann stets ein sehr ausgesprochenes Anwachsen der Kurve feststellen, wenn der zu untersuchende Kondensator C_1 der aus paraffiniertem Papier verfertigte war. Da nun φ in beiden Fällen denselben Wert hat, so ist es hiernach zweifellos, dass ϑ, wenigstens für den letztgenannten Kondensator, nicht Null ist.

4. Um aus den Werten für $(\varphi + \vartheta)$ ϑ zu erhalten, musste φ aus (1) bestimmt werden. L wurde nach der Methode von Janet bestimmt und nach der direkten Methode, wobei ein Duddellscher Stromkreis gebildet wurde, der nur die Spule und einen Probekondensator enthielt, und der Grenzton bestimmt wurde, welcher der Sinusform und somit der Resonanz entspricht. Ich erhielt so $L = 4{,}3$ Millihenry. Der Wert von ω wurde in den verschiedenen Fällen auf akustischem Wege abgeleitet. Schwieriger war die Bestimmung von r, weil der Dolezalek-Effekt[1]) berücksichtigt werden musste. Setzt man

$$r = r' + k N^2,$$

wo r der Widerstand für Gleichstrom und N die Schwingungszahl ist, so ergab die Theorie von Wien[1]), welche sich auf meinen Fall nicht vollständig anwenden lässt, als Grössenordnung für k:

$$k \sim 10^{-7} \text{ Ohm}.$$

Einen oberen Grenzwert für k kann man aus dem dritten Versuch erhalten, wenn man annimmt, dass der Glimmerkondensator vollkommen frei von Verzögerung ist, und dass somit $\vartheta = 0$ und $\varphi = 1^0 48'$ ist. Mit diesem Wert erhält man, da $r = 0{,}82$ Ohm ist,

$$k = 1{,}5 \times 10^{-7} \text{ Ohm}.$$

Nimmt man der grösseren Sicherheit wegen diesen Wert für k, so ergiebt sich, dass man für den Kondensator aus paraffiniertem Papier bei 2000 bis 4000 Schwingungen in der Sekunde eine Verzögerung ϑ erhält, die sicherlich oberhalb 2^0 liegt.

5. Eine derartige Verzögerung kann nicht dem Umstande zugeschrieben werden, dass der Isolationswiderstand des Kondensators nicht unendlich ist, denn derselbe war grösser als 10 Millionen Ohm, während, um eine solche Verzögerung hervorzubringen, derselbe kleiner als 1400 Ohm hätte sein müssen. Die Verzögerung selbst lässt sich auch nicht aus den Theorien von Hess[2]), Pellat[3]) und Maccarrone[4]) über die langsame Polarisierbarkeit der Dielektrika erklären.

Nach der ersten Theorie kann man einen gewöhnlichen Kondensator vergleichen einem System zweier vollkommener Kondensatoren C, C', von denen der zweite durch einen Widerstand ϱ' kurz geschlossen ist. Man kann dann das Auftreten einer Verzögerung ϑ zwischen der Elektrizitätsmenge und der Spannung zeigen, wenn die letztere sich sinusförmig ändert. Man hat dann ganz genau:

$$\operatorname{tang} \vartheta = \frac{C \varrho' \omega}{1 + (C + C') C' \varrho'^2 \omega'^2}.$$

Andere Formeln, welche dieselben Konstanten enthalten, drücken die Eigenschaften des Kondensators in elektrischen Feldern aus und gestatten die Bestimmung der Werte von C, C' und ϱ' durch statische Untersuchung des Kondensators. Ich erhielt so für meinen Kondensator:

$$C = 1 \text{ Mikrofarad},$$
$$C' = 4 \text{ Mikrofarad},$$
$$\varrho' \backsim 200000 \text{ Ohm}.$$

Setzt man diese Werte in die obige Formel ein, so ergiebt sich für ϑ ein Wert, der praktisch gleich Null ist; und umgekehrt ergiebt sich aus der Formel, wenn man den wahren Wert von tang ϑ und die obigen Werte für C und C' einsetzt, für ϱ' ein Wert, der etwa

1) Dolezalek, Ann. d. Phys. (4) **12**, 1142, 1903.

1) Wien, Ann. d. Phys. (4) **14**, 1, 1904.
2) Hess, Journ. de Phys. (3) **1**, 459, 1892.
3) Pellat, Ann. de chim. et de phys. (7) **18**, 150, 1899.
4) Maccarrone, Cim. (5) **2**, 88, 1901.

3000 mal kleiner ist, als er einem praktisch rückstandsfreien Kondensator zukommen würde.

6. Nach der Theorie von Pellat hätte man dagegen in konstanten Feldern zur Zeit t eine Ladungsintensität gegeben durch:

$$i = \frac{4\pi C}{k} h V b e^{-bt}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

wo C die der kürzesten Ladungsdauer entsprechende Kapazität ist, k das spezifische Induktionsvermögen, V das Potential, und b und h zwei Konstanten, von denen die zweite gewissermassen die Gesamtänderung der Kapazität von einer längsten Ladezeit an, und die erste die Geschwindigkeit misst, mit der praktisch die endgültige Kapazität erreicht wird.

Für den Fall sinusförmiger elektromotorischer Kräfte lässt sich nun zeigen, dass die Elektrizitätsmenge gegen die Spannung verzögert ist, um einen Winkel ϑ, der gegeben wird durch die Gleichung:

$$\operatorname{tang}\vartheta = \frac{b h \omega}{b^2\left(h + \frac{k}{4\pi}\right) + \frac{k}{4\pi}\omega^2}. \quad . \quad (4)$$

Indessen hatte mir die Untersuchung des Kondensators mit konstanten Feldern nach der Gleichung (3) folgende Grössenordnungen für b und h geliefert.

$$b = 1/10; \; h = 1/10.$$

Sowohl diese Werte als auch alle übrigen von diesen wenig verschiedenen geben nach (4) eine Verzögerung ϑ, welche bei der angewandten Frequenz praktisch Null ist. Auch die Pellatsche Theorie sagt also die von mir gefundene Verzögerung ϑ nicht voraus.

7. Was nun die Theorie Maccarrone anbelangt, so ist die Annahme zu machen, dass für alle Dielektrika die Konstante a' des Verfassers gleich Null wird, da der von ihm angenommene Strom Null werden muss, wenn das effektive Feld $\mathfrak{F}$ im Innern des Dielektrikums Null ist. Dann kann man auch eine Verzögerung ϑ zwischen der Elektrizitätsmenge und dem sinusförmig schwingenden Felde voraussagen. Für den Fall loser Belegungen wird die Theorie identisch mit der von Hess, da ja die dazwischen befindliche Luft an Stelle des Kondensators C und die dielektrische Schicht an Stelle des kurz geschlossenen Kondensators C' tritt. Im Falle loser Belegungen müsste also das Verhalten des Kondensators das eines vollkommenen kurz geschlossenen Kondensators werden, ein Fall, den wir nach den Betrachtungen des § 5 ausgeschlossen haben.

Übrigens stimmt die Theorie von Maccarrone auch für konstante Felder nicht überein mit den bisher durch die Experimentaluntersuchungen von Bouty und von Pellat endgültig festgestellten Thatsachen.

8. Dass die beiden anderen Theorien sich in einem Felde von der von mir angewandten Frequenz als unzureichend erweisen, darf nicht sehr überraschen. Thatsächlich rechnen die Theorien über den Rückstand der Dielektrika und diejenigen über die Dispersion und die Absorption der elektromagnetischen Wellen nur mit einigen beschränkten Eigenschaften der Dielektrika selbst. Die einen führen zur absoluten Durchlässigkeit für nur einigermassen schnelle Schwingungen, wie die von mir angewandten; die andern dagegen setzen eine absolute elektrische Elastizität voraus und lassen nur passive innere Widerstände auftreten, welche sehr langsame Schwingungen gar nicht beeinflussen. Es fehlt eine Theorie, welche die gesamten Eigenschaften der Dielektrika von der Frequenz Null bis zu unendlich hohen Frequenzen in sich begriffe und erklärte. Es ist auch nicht schwer, dafür den Grund zu legen durch Verschmelzung der Grundanschauungen der extremen Theorien.

Will man z. B. die Theorie von Hess so ausdehnen, dass sich die von mir bei der Frequenz von 3600 Perioden beobachteten Thatsachen aus ihr leicht erklären lassen, so wird die Annahme genügen, dass in dem isolierenden Medium zwei verschiedene Arten leitender Teilchen verteilt seien, von denen die eine grössere Leitfähigkeit besitzt. Dann wird aus dem Modell von Hess das andere kompliziertere, welches drei in Serie geschaltete Kondensatoren mit den Kapazitäten C_1, C_2, C_3 annimmt, von denen der zweite und der dritte bezw. durch die Widerstände r_2 und r_3 kurz geschlossen sind. Wählt man die Konstanten folgendermassen:

$C_1 = 1$ Mikrofarad,
$C_2 = 4$ Mikrofarad,
$C_3 = 50$ Mikrofarad,
$r_2 = 200000$ Ohm,
$r_3 = 6$ Ohm,

so wird das Modell von Hess, für konstante Felder wie für Wechselfelder von 3600 Perioden in der Sekunde, die von meinem Kondensator gezeigten Erscheinungen wiedergeben. Es wird nämlich für konstante Felder der Einfluss des dritten Kondensators, für hohe Frequenzen der des zweiten unmerklich werden. Bei weiterer Ausdehnung der Theorie von Hess würde man auch die Erscheinungen voraussagen können, welche sich auf höhere Frequenzen beziehen, durch Einführung der Teilchen, wie man sie in der elektromagnetischen Theorie der Absorption und der Dispersion annimmt. Die vollständige Entwicklung der so verallgemeinerten Theorie bietet auch keine grossen Schwierigkeiten. Für ein Feld von bestimmter Frequenz treten nämlich hauptsächlich die Wirkungen einer einzigen Art von Teilchen auf, und die anderen wirken nur

in um so geringerem Grade, als man sich weiter von der Frequenz entfernt, bei welcher die betreffende Art die grösste Wirkung ausübt.

(Aus dem Italienischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 7. Januar 1905.)

Über den Zusammenhang zwischen dem direkt und dem induktiv gekoppelten Sendersystem für drahtlose Telegraphie.

(Antwort auf die Erwiderung des Herrn J. Zenneck)[1]).

Von Georg Seibt.

Wenn ich auf die Ausführungen des Herrn Zenneck[2]) nochmals eingehe, so geschieht es nicht, weil ich dem Gegenstande unserer Meinungsverschiedenheit eine besondere Bedeutung beilege, sondern um den Lesern die Möglichkeit eines etwas vollständigeren Einblicks in die nun einmal aufgeworfenen Fragen zu geben und um dem Eindruck vorzubeugen, als trete ich der Auffassung des Herrn Zenneck in allen Punkten bei.

Die Stelle, auf die sich Herr Zenneck bezieht, lautet (diese Zeitschr. **4**, 657, vom 15. September 1903):

„Vorerst ist bezüglich der direkten Schaltung das Folgende zu bemerken. Setzt man die Differentialgleichungen einmal für die direkte Schaltung (z. B. Fig. 3a) und dann für die entsprechende induktive Schaltung (z. B. Fig. 3b) an, so sieht man unmittelbar, dass die beiden Fälle nahezu Identisches ergeben."[3])

7 bezw. 8 Jahre vorher hat sich nun bereits J. v. Geitler in den Sitzungsberichten der k. Akad. d. Wissensch. in Wien 104, Abt. IIa, Oktober 1895, S. 1012 und in Wied. Ann. **57**, 428, 1896, über die beiden Schaltungsweisen, wie folgt, geäussert:

„Noch eine Bemerkung sei mit Bezug auf diese Anordnung gestattet. Denkt man sich die einander beeinflussenden Teile der Drähte in Fig. 10b[1]) einander immer mehr und mehr genähert, bis dieselben endlich, wie in Fig. 10c[2]), zusammenfallen (ein Übergang, wie er bei der Berechnung von Selbstinduktionskoeffizienten angewendet wird), so erhält man hierdurch unmittelbar einen komplizierten Erreger von der Form, welche ich in meiner früheren Mitteilung (diese Sitzungsber. 104, Abt. IIa, Februar 1895; oder Wied. Ann. **55**, 513, 1895) untersucht habe. Es kann daher nicht verwundern, dass das Resultat für beide Fälle nahezu identisch ist."

Zur Zeit des Erscheinens der J. v. Geitlerschen Abhandlung war, wenn man von unausgeführten Vorschlägen absieht, die drahtlose Telegraphie noch nicht erfunden. Da aber M. Wien im Jahre 1902 (Ann. d. Physik **8**, 686, 1902) auseinandergesetzt hatte, dass die Theorie der modernen Senderschaltungen auf die Theorie der gekoppelten Schwingungskreise hinauskommt, war es eine einfache und naheliegende Massnahme, die in der Litteratur vorhandenen Ergebnisse der letzteren auf die erstere zu übertragen und die Nutzanwendung für die drahtlose Telegraphie zu ziehen.

Wien hat dies selbst in weitgehendster Weise gethan.[3])

Diesen Gesichtspunkt wird man meiner Ansicht nach bei der Bewertung der Zenneckschen Notiz um so weniger ausser acht lassen dürfen, als auch über diese Frage, um die es sich hier handelt, eine Äusserung Wiens vorliegt[4]):

„Das Prinzip ist bei beiden Methoden dasselbe: die direkte Methode ist theoretisch nicht ganz so übersichtlich, ich werde daher den folgenden Betrachtungen die elektromagnetische Koppelung zu Grunde legen.

Die allgemeine Theorie der Resonanzschwingungen gekoppelter, gedämpfter Systeme habe ich in einer früheren Arbeit gegeben."

In dieser früheren Arbeit wird die Abhandlung von J. v. Geitler citiert.[5])

Dass der Tesla-Transformator „das gleiche Verhalten zeigt" wie die Oudinsche Anordnung, habe ich vor der Veröffentlichung der Notizen von Wien und Zenneck, dagegen nach derjenigen von J. v. Geitler[6]) ausgesprochen.[7]) Im ganzen kann es sich also bei all den meiner

1) Da nunmehr in der Diskussion über diese Frage beide Parteien zweimal das Wort erhalten haben, so erklärt die Redaktion die Erörterung in dieser Zeitschrift für abgeschlossen.

2) Diese Zeitschr. **5**, 811, 1904.

3) Es folgen darauf einige Zusätze über die beiden Systeme, die man zu unterscheiden habe, und über die galvanische Koppelung. Da ich diese Koppelung in meiner Abhandlung nicht berührt, mich vielmehr auf den „praktischen" Standpunkt gestellt habe, bei welchem auch nach Herrn Zennecks Ansicht die galvanische Koppelung nicht in Betracht kommt, so erübrigt es sich darauf näher einzugehen. Nur so viel möchte ich bemerken: Der Widerstand der Funkenstrecke, der den grössten Teil des Kreises ausmacht, fällt bei der von Herrn Zenneck und mir gezeichneten Schaltungsweise für die galvanische Koppelung heraus, es bleibt der sehr kleine Widerstand der Spule übrig. Will man sich auf einen strengen Standpunkt stellen, so müsste man neben diesem auch die gegenseitige Kapazität der Spulen (bei der induktiven Erregung), die Kapazität derselben gegen die Belegungen der Flaschen und die (bei den praktisch ausgeführten Flaschenkreisen wahrscheinlich nicht unerheblichen) Wirbelströme berücksichtigen. Man käme dann zu neuen Unterschieden.

1) Entspricht der induktiven Erregung.

2) Entspricht der direkten Erregung. Seibt.

3) Bis zu welchem Grade ich dasselbe vor Wien gethan habe, „E. T. Z." S. 122 u. 386, 1902, möchte ich hier ununtersucht lassen.

4) Ann. d. Phys. **8**, 693, 1902.

5) Wied. Ann. **61**, 150, 1897.

6) Dieselbe war mir damals entgangen.

7) Rostocker Dissert. S. 40, 1902 oder E. T. Z. S. 410, 1902.

Abhandlung vorausgegangenen Bemerkungen sowohl meiner eigenen als derjenigen von Wien und Zenneck, nur um die Übertragung des durch J. v. Geitler bekannt gewordenen Resultates auf die drahtlose Telegraphie handeln. Welches der Zweck meiner Arbeit war, habe ich bereits früher genügend zum Ausdruck gebracht.[1])

Herr Zenneck will die Entscheidung darüber, wieweit in der oben erwähnten Bemerkung von mir etwas Allgemeines über das Verhalten der direkten und der induktiven Schaltung bei der drahtlosen Telegraphie enthalten sei, dem Leser überlassen[2]), fügt aber hinzu, „gemeint sind Resonanzversuche an Schulen". Infolge dieses Zusatzes, der mir mit der geäusserten Absicht nicht vereinbar erscheint, weise ich darauf hin, dass ich die von mir benutzte Versuchsanordnung (Oudin) mit der direkten Sendererregung[3]) den Tesla-Transformator mit der induktiven Erregung[4]) identifiziert habe. Im übrigen entspricht es auch meinem Wunsche die Angelegenheit dem Urteile des Lesers zu überlassen.

1) Diese Zeitschr. **5**, 627, 1904. „Was noch fehlte, das war eine prägnante, mathematische Formulierung dieser (naheliegenden) Erkenntnis und die Angabe eines Weges, auf dem man sich die direkte Erregung aus der induktiven mechanisch hergestellt denken kann."

2) Zenneck, diese Zeitschr. **5**, 812, 1904.

3) Seibt, Dissert. S. 39 oder E. T. Z. S. 409, 1902: „Die Versuchsanordnung ist in Fig. 14 wiedergegeben. Dieselbe ist mit der in § 9 unter 4 behandelten Gebeeinrichtung identisch, nur dass hier an Stelle des Gebedrahtes G die Resonanzspule R getreten ist."

4) Dissert. S. 33 oder E. T. Z. S. 386, 1902: „Die strenge Behandlung des induktiv erregten Resonators führt auf die Theorie gekoppelter Schwingungssysteme. Dieselbe ist von den Herren A. Oberbeck, K. Damalip und Koláček für den Tesla-Transformator (magnetische Koppelung) .... durchgeführt worden. Da derselbe in jüngster Zeit von Herrn F. Braun in Strassburg als Gebeapparat in der Wellentelegraphie angewendet worden ist, so möge hier eine kurze mathematische Behandlung desselben Platz haben."

(Eingegangen 21. Januar 1905.)

Zur Frage nach der Mitführung der Kraftlinien.

(Erwiderung an Herrn Valentiner.[1])

Von R. H. Weber.

Herr Valentiner citiert in Nr. 1 dieser Zeitschrift den Schlusssatz des folgenden, in einem Referat[2]) von mir enthaltenen Abschnitts.

„Ob man eine Mitführung der magnetischen Kraftlinien mit der Materie annehmen soll, oder nicht, ist, wie der Verfasser richtig angiebt, bei seiner Darstellung irrelevant. Die Annahme der „Adhärenz" der Strombahn aber macht eine Mitführung der elektrischen Kraftlinien zur Bedingung, oder ein Haften der Elektrizitätsmengen, also der Quellpunkte der Kraftlinien, was wieder aufs selbe hinauskommt. Referent sieht wenigstens nicht ein, wie man die Adhärenz anders deuten kann. Also liegt auch der Valentinerschen Ausführung die Annahme der mitgeführten Kraftlinien zu Grunde."

Ich glaube kaum, dass hier ein Missverständnis meinerseits vorliegt, wie Herr Valentiner vermutet. Nach wie vor scheint mir die „Adhärenz der Strombahn" identisch mit dem Haften der elektrischen Kraftlinien an der Materie, wenigstens wenn ich mich auf den Boden der von Faraday, Maxwell und Hertz geschaffenen Grundanschauung stelle. Von den vier Möglichkeiten:

1. magnetische Kraftlinien haftend an der Materie, elektrische haftend an der Materie;
2. magnetische Kraftlinien haftend an der Materie, elektrische ruhend im Äther;
3. magnetische Kraftlinien ruhend im Äther, elektrische haftend an der Materie;
4. magnetische Kraftlinien ruhend im Äther, elektrische ruhend im Äther;

genügen demnach die Fälle 1. und 3. den bisher angestellten Versuchen über unipolare Rotation und Induktion. Das gezeigt zu haben ist das Verdienst der Valentinerschen Arbeit[1]). Dagegen genügt Fall 4 diesen Versuchen nicht.

Der von Herrn Valentiner (l. c.) angeführte Schlusssatz des oben citierten Absatzes meines Referats bezieht sich dementsprechend in erster Linie auf elektrische Kraftlinien. Er enthält allerdings in der von mir gegebenen Fassung eine Verallgemeinerung auf Kraftlinien im allgemeinen, was für den berechtigt wäre, der strenge Analogie zwischen magnetischem und elektrischen Kraftlinien fordert. Da aber jeder berechtigt ist, einen Wesensunterschied zwischen beiden Arten Kraftlinien anzunehmen, so wäre diese Verallgemeinerung der Voraussetzungslosigkeit zuliebe vielleicht besser unterblieben.

1) S. Valentiner, Die elektromagnetische Rotation und die unipolare Induktion. Verl.: G. Braun, Karlsruhe 1904.

Heidelberg, im Januar 1905.

(Eingegangen 22. Januar 1905.)

1) S. Valentiner, diese Zeitschr. **6**, 10, 1905.

2) Beiblätter **20**, 1063, 1904.

Magnetostriktion.

(Bemerkung zur Abhandlung des Herrn Shizuwo Sano.[1])

Von Franz Koláček.

Die in der Überschrift genannte Arbeit

1) S. Sano, Tokyo Physical Math. Society **2**, No. 14, 1904, diese Zeitschr. **5**, 812, 1904.

wendet sich in einigen Punkten gegen meine[1]) beiden Abhandlungen über Magnetostriktion.

1. Herr Sano bestätigt die Richtigkeit meiner in I abgeleiteten Grun[illegible]gleichungen für die Spannungen im Magnetil[illegible], meint aber, die Anwendung derselben [illegible] falls als es vom Strome durchflossen ist [illegible]ht ganz sicher, da ja kein Potential existi[illegible] Diesen Punkt habe ich selbst ausdrücklich [illegible]orgehoben (I, S. 11). Der Sinn meiner Ausführungen ist offenbar der, nachzuweisen, dass sich die Faradayschen Kräfte auf ein Stromelement auch im allgemeinsten Falle durch Spannungen darstellen lassen, was ja einen Gewinn für die einheitliche Auffassung der ponderomotorischen Kräfte bietet.

Behufs Berechnung der impulsiven elektromotorischen Kraft E, welche durch kurzdauernde Torsion eines längs magnetisierten Drahtes entsteht, habe ich (I, S. 31) einfachheitshalber eine im Querschnitt konstante Stromdichte vorausgesetzt. Herr Sano bemerkt, dass dies nachweisbar nicht der Fall sei und führt die zugehörige Formel für die Stromdichte an. Beide Formeln führen indes zu genau demselben Werte des $E = R^2\pi l \cdot \mathcal{J}_t / 2r$, wobei $\mathcal{J}_t$ die durch Torsion erzeugte Cirkularmagnetisation in der Entfernung r von der Achse, R den Radius und l die Länge des Drahtes bedeutet. Die Formel von Sano ist gewiss von Interesse, da ihr zufolge der Strom in der Achse des Drahtes und an seiner Mantelfläche entgegengesetzte Richtung besitzen muss, sobald sein Widerstand klein ist gegen den übrigen Widerstand des Stromkreises.

2. Anscheinend ernster lauten die Einwendungen gegen II, da sie den dieser Abhandlung zu Grunde liegenden Gedanken in Frage zu stellen scheinen.

Sie stützen sich, wie ich vorwegs bemerke, auf den Widerspruch zweier von Sano abgeleiteten Gleichungen. Ich werde zeigen, dass die eine derselben ungenau, die andere überhaupt unzulässig ist und dass nach Richtigstellung derselben der Widerspruch verschwindet.

Ich benutzte in II als arbeitsleistenden Körper eines Kreisprozesses einen auf der x Achse gelegenen dünnen Draht (nicht Stab, Sano, diese Zeitschr. 5, 814), inmitten eines Feldes H, das erzeugt wird durch zwei auf derselben Achse links und rechts gelegene weit entfernte punktförmige Pole μ. Der Draht ist beiderseits durch die Kraft P gespannt, sonst frei und seine Wirkung auf die Pole μ kompensiert durch entgegenwirkende Kräfte.

Ich hielt es für überflüssig, ausdrücklich hervorheben zu müssen, dass weder die Dehnung der Längeneinheit x_x noch die Magnetisation $\mathcal{J}$ bis knapp an die Drahtenden konstant ist. Man wird zwar unabhängig von der Form der Enden, wenn sie nur dünn bleiben, das magnetische Moment m und die Arbeit der Kraft P stets so berechnen können, als wäre $\mathcal{J}$, x bis an die Enden konstant und der begangene Fehler wird um so kleiner sein, je dünner man den Draht wählt; aber wesentlich anders ist es, wenn man bei vorgeschriebenem H, x die an der Drahtoberfläche behufs Gleichgewichtes anzubringenden äusseren Kräfte berechnen will aus der Differenz der magnetischen Spannungen in Luft und der elastischen und magnetischen Spannungen in Eisen. In diesem Falle muss man den Verlauf der Induktionslinien und der elastischen Deformation an den Enden genau kennen, speziell darf man bei einem streng cylindrischen Drahte ja nicht voraussetzen, dass der Induktionsfluss B daher auch $\mathcal{J}$, H konstant seien bis knapp an die Basisflächen. Diese Voraussetzung ist mit sich selbst in Widerspruch; denn man bekommt für einen Punkt der Basisperipherie zwei verschiedene Werte der magnetischen Kraft, je nachdem dieselbe aus der Kontinuität ihrer Tangentialkomponente an der Mantelfläche oder aus der Kontinuität des Induktionsflusses an der Basisfläche berechnet wird.

Auf dieser unzulässigen Voraussetzung basiert eine der Gleichungen des Herrn Sano (l. c. Gleichung 9, S. 814). Die richtige Berechnung der äusseren Kräfte auf diesem Wege lässt sich vorderhand nur für ein Rotationsellipsoid durchführen, dessen Symmetrieachse (x) in die Richtung des äusseren konstanten Feldes gestellt ist. In I habe ich gezeigt, dass im Innern desselben die Deformationen x_x, y_y, z_z, sowie B, $\mathcal{J}$, H an allen Orten nur dann konstant sein können, wenn an der Oberfläche äussere Kräfte in bestimmter Weise verteilt sind (I, S. 19, Gleichung 39). Durch passende Wahl der in diesen Gleichungen vorkommenden Konstante c_3 kann man erreichen, dass diese Kräfte Null werden an allen Stellen, wo ein äusserst dünnes Ellipsoid noch Cylinderform besitzt. Dieselben sind also nur in der Nähe der Enden anzubringen. Ihre Resultante Pq parallel der Symmetrieachse bekommt man aus der ersten Gleichung (39) durch Integration über eine Ellipsoidhälfte und kann mit Hilfe dieses gegebenen Gesamtzuges Pq die zweite in (39) vorkommende Konstante c_1 bestimmen (Gleichung 42, I, S. 21).

Dadurch wird P durch x_x, y, z_z etc. darstellbar (Gleichung 43, I, S. 21). In diese Gleichungen führe man ein den Wert der magnetischen Energie in der Volumeinheit

$$W_1 = \frac{1}{4\pi}\int_0^B dBH = \frac{HB}{4\pi} - \frac{H^2}{8\pi} - \int_0^H \mathcal{J} dH,$$

1) F. Kolácek, Ann. Phys. (IV) **13**, 1 u. **14**, 177, 1904. Beim Citieren bezeichne ich die Abhandlungen mit I, II.

ferner die I. S. 22 auf Zeile 15, 16 stehende Relation. Man bekommt dann für die an der Querschnittseinheit des (nahezu) cylindrischen Drahtes anzubringende äussere Kraft P den Wert

$$P = Ex - (1-2\mu)\int_0^H \mathfrak{F}\,dH - \int_0^H dH \left(\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial x_x} - \mu\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial y_y} - \mu\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial z_z}\right). \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Dabei bedeuten E, μ die gewöhnlichen (feldfreien) Werte des Elastizitätsmoduls resp. der Querkontraktionskonstante. Setzt man mit Sano

$$\psi = \int_0^H B\,dH = \frac{H^2}{2} + 4\pi\int_0^H \mathfrak{F}\,dH, \quad . \quad . \quad (I)$$

so hat man, wenn noch $Ex = P_0$ geschrieben wird, statt (1)

$$P = P_0 - (1-2\mu)\left(\frac{\psi}{4\pi} - \frac{H^2}{8\pi}\right) - \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial \psi}{\partial x_x} - \mu\frac{\partial \psi}{\partial y_y} - \mu\frac{\partial \psi}{\partial z_z}\right).$$

Die oben erwähnte unzulässige Voraussetzung ergiebt für einen genau cylindrischen Draht die stark differierende Formel

$$P = P_0 - \frac{\psi}{4\pi} - \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \psi}{\partial x_x} + \frac{BH}{4\pi} - \frac{B^2}{8\pi}. \quad (Ia)$$

3. Die zweite der oben erwähnten Formeln von Sano benutzt meine Formel (II, S. 178) für das Differential der vom Drahte abgegebenen Arbeit:

$$dA = -Pd\lambda + m\,dH \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

λ ist die augenblickliche Länge des Drahtes, P der an den Enden wirkende mechanische Zug, l die Länge des unbelasteten Drahtes im Felde $H = 0$, sein Querschnitt in diesem Zustande $= 1$. Es ist dann $\omega = x_x + y_y + z_z$, das magnetische Moment

$$m = l\mathfrak{F}(1+\omega), \quad \lambda = l(1+x_x),$$

daher

$$dA = -lPdx_x + l\mathfrak{F}(1+\omega)\,dH \quad . \quad . \quad (3)$$

Sano führt seine Formel (diese Zeitschr. 5, Gleichung 8, S. 814) ohne Herleitung an. Offenbar nahm er als Zustandsvariable des Drahtes an die Grössen H, x_x, t. Die thermodynamischen Relationen (II, Gleichung 5, S. 177) ergeben dann

$$-\frac{\partial P}{\partial H} = \frac{\partial}{\partial x_x}(\mathfrak{F}(1+\omega))$$

und durch Integration

$$P = P_0 - \int_0^H dH\left(\mathfrak{F}\frac{\partial \omega}{\partial x_x} + \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial x_x}\right). \quad . \quad (4)$$

P_0 ist eine von t, x_x abhängige Integrationskonstante, deren Wert Ex_x ist. (Es ist der Wert des P bei vorgeschriebenem x_x, t und bei $H = 0$). Benützt man Gleichung I und setzt $y_y = z_z = 0$, so ergibt sich die oben als ungenau bezeichnete Formel von Sano:

$$P = P_0 - \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \psi}{\partial x_x} + \frac{H^2}{8\pi}. \quad . \quad (II)$$

4. Es soll nur gezeigt werden, dass die aus der Theorie der magnetischen Züge abgeleitete Grösse P (Formel 1) genau übereinstimmt mit jener, welche die thermodynamischen Betrachtungen ergeben.

Wir gehen aus von Formel (4).

Im allgemeinsten Falle, wo x_x, y_y, z voneinander unabhängig sind, gilt

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{F}(x_x, y, z_z, H, t). \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

In unserem Problem ist y_y, z_z nicht Null, sondern hängt von den Independenten der Aufgabe x_x, H, t ab. Es ist daher in (4) zu setzen

$$\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial x_x} = \mathfrak{F}_{xx} - \mu'\mathfrak{F}_{yy} - \mu'\mathfrak{F}_{zz}, \quad \frac{\partial \omega}{\partial x_x} = 1 - 2\mu'.$$

Dabei bedeutete $\mathfrak{F}_{xx}$ etc. die Differenzquotienten des $\mathfrak{F}$ in (5), und μ' einen durch

$$\mu' = \partial y_y / \partial x_x = \partial z_z / \partial x$$

definierten Koeffizienten der Querkontraktion, der bei sehr grossem P mit dem feldfreien μ zusammenfallen wird, weil erfahrungsgemäss die durch das Feld erregten Längenänderungen bei wachsendem P den elastischen Dehnungen nicht Schritt halten. Statt (4) ist dann zu setzen:

$$P = P_0 - \int_0^H dH\left(\mathfrak{F}(1-2\mu') + \mathfrak{F}_{xx} - \mu'\mathfrak{F}_{yy} - \mu'\mathfrak{F}_{zz}\right). \quad . \quad . \quad (6)$$

Dieser auf thermodynamischem Wege gefundene Wert des P stimmt mit jenem (1) für grosse P jedenfalls überein; dass er für jedes P übereinstimmen muss, lässt sich leicht zeigen, wenn man die thermodynamische Aufgabe so formuliert, dass alle drei Grössen x, y_y, z_z voneinander unabhängig sein können. Man erreicht dies, wenn auch auf der Mantelfläche des Drahtes (unabhängig von der Position des Querschnittes) senkrechte äussere Zugkräfte so angebracht werden, dass x_x, y_z, z_y Null und x_x, y_y, z_z überall konstant bleibt (ob auch an den Enden, ist irrelevant).

Bei einem Drahte von rechteckigem Querschnitte hat man an den Basisflächen und an je zwei gegenüberliegenden Seitenflächen gleichmässig verteilte Züge anzubringen, die willkürlich wählbar bleiben. Bei beliebigem Querschnitte lässt sich das Differential der von den äusseren Kräften geleisteten Arbeit stets darstellen in der Form

$$l(P dx_x + Q dy_y + R dz_z),$$

wenn P, Q, R generalisierte Kraftkomponenten bedeuten. Offenbar sind es, da der Querschnitt des Drahtes $= 1$, innere Zugkräfte vom Typus X_x, Y_y, Z_z, welche, an den Elementen des Drahtes angebracht, dieselbe Arbeit ergeben als die an der Oberfläche wirkenden Kräfte. Statt (3) hat man:

$$dA = l\mathcal{F}(1+\omega)\,dH - lP dx_x - lQ dy_y - lR dz_z. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6a)$$

Die thermodynamischen Relationen ergeben bis auf zu vernachlässigende Grössen

$$\frac{\partial P}{\partial H} = -\frac{\partial}{\partial x_x}\left[\mathcal{F}(1+\omega)\right] = -\mathcal{F}_{xx} - \mathcal{F}, \qquad \frac{\partial Q}{\partial H} = -\mathcal{F}_{yy} - \mathcal{F}, \quad \frac{\partial R}{\partial H} = -\mathcal{F}_{zz} - \mathcal{F} \quad (6b)$$

und durch Integration

$$P = P_o - \int_o^H (\mathcal{F} + \mathcal{F}_{xx})\,dH, \quad Q = Q_o - \int_o^H (\mathcal{F} + \mathcal{F}_{yy})\,dH, \quad R = R_o - \int_o^H (\mathcal{F} + \mathcal{F}_{zz})\,dH. \quad (7)$$

P_o, Q_o, R_o sind Werte des P, Q, R, welche denselben x_x, y_y, z_z im Felde $H = 0$ entsprechen. Ihre virtuelle Arbeit dient hier zur Vermehrung der potentiellen Energie, daher

$$l(P_o\,\delta x_x + Q_o\,\delta y_y + R_o\,\delta z_z) = \int\int\int dx\,dy\,dz\,(X_x\,\delta x_x + Y_y\,\delta y_y + Z\,\delta z_z).$$

Weil der Querschnitt $= 1$ und X_x, Y_y, Z_z überall konstant sind, gilt

$$P_o = X_x = \frac{E}{1+\mu}\left(x_x + \frac{\mu}{1-2\mu}\omega\right), \quad Q_o = \frac{E}{1+\mu}\left(y_y + \frac{\mu}{1-2\mu}\omega\right), \quad R_o = \frac{E}{1+\mu}\left(z_z + \frac{\mu}{1-2\mu}\omega\right). \quad (8)$$

Aus (7) und (8) folgt

$$P - \mu Q - \mu R = E x_x - (1-2\mu)\int_o^H \mathcal{F}\,dH - \int_o^H (\mathcal{F}_{xx} - \mu\,\mathcal{F}_{yy} - \mu\,\mathcal{F}_{zz})\,dH \quad . \quad . \quad (9)$$

und zwei ähnliche Gleichungen, die sich durch cyklische Vertauschung von P, Q, R und x_x, y_y, z_z ergeben.

Für einen seitlich freien Draht ($Q = R = 0$) ergiebt sich aus (9) wieder die Formel (1); sie gilt also nicht nur für ein sehr dünnes Ellipsoid, sondern für einen dünnen Draht von beliebigem Querschnitt.

Die linke Seite in (9) ist $(x_x)_o E$, wobei $(x_x)_o$, $(y_y)_o$, $(z_z)_o$ die Dehnungen der Längeneinheit bedeuten, welche die P, Q, R im Felde $H = 0$ hervorrufen. Sind x_x', y_y', z_z' die Dehnungen durch das Feld allein, so lässt sich statt (9) schreiben

$$x_x' = x_x - (x_x)_o = \frac{1-2\mu}{E}\int_o^H \mathcal{F}\,dH + \frac{1}{E}\int_o^H (\mathcal{F}_{xx} - \mu\,\mathcal{F}_{yy} - \mu\,\mathcal{F}_{zz}) \quad . \quad . \quad (9a)$$

mit zwei ähnlichen Gleichungen.

5. Die Erfahrung giebt uns $\mathcal{F}$ als Funktion der äusseren mechanischen Züge P, Q, R oder auch der von ihnen im Felde $H = 0$ erzeugten Dehnungen $(x_x)_o$, während es in (9) vorkommt als Funktion der totalen relativen Längenveränderungen x_x, y_y, z_z.

Man hat also (9a) so zu verändern, dass hierin $\mathcal{F}$ als Funktion der P, Q, R auftritt.

Bleibt die Wirkung des Feldes x_x' etc. klein bei jeder Belastung oder besser gesagt, ist $\partial x_x'/\partial P$ gegen $\partial (x_x)_o/\partial P$ sehr klein, so darf für $\mathcal{F}_{xx}$ etc. gesetzt werden $\mathcal{F}(x_x)_o$ etc., wobei letztere Grössen Differentialquotienten des $\mathcal{F}((x_x)_o, (y_y)_o, (z_z)_o, H)$ bedeuten; denn beide Arten von Differentialquotienten wären genau gleich, wenn die x_x' etc. von P, Q, R nicht abhingen.

Diese Annahme ist in I, S. 22 stillschweigend gemacht und führt zu den Hauptformeln für Dehnung und Volumänderung (I, 47, 48, S. 23), deren Genauigkeitsgrad jetzt allerdings untersucht werden muss.

Was das Verhältnis $\partial x_x'/\partial P : \partial (x_x)_o/\partial P$ anbetrifft, so ergiebt sich hierfür aus Messungen von Honda und Shimizu[1]) ein Wert, der kleiner ist als 0,01, sobald die Belastung P grösser wird als 1 kg/mm². Bei Nickelstahl wird es dagegen relativ bedeutend ($= 0{,}18$), wenn P liegt zwischen 0 und 0,72 kg/mm². Selbst dies hat aber einen geringen Einfluss auf die Genauigkeit der Endformel, weil die obige Annahme, wie gezeigt werden soll, nur ein Korrektionsglied betrifft, in welchem die x_x', y_y', z_z' nicht einzeln, sondern zu $\omega' = x_x' + y_y' + z_z'$ kombiniert vorkommen. Und diese Grösse ω' ändert sich sehr langsam, weil die Kräfte der Magnetostriktion das Volum in sehr geringem Grade verändern. Den Übergang von den Variabeln x_x, y_y, z_z, H, t zu jenen P, Q, R, H, t vollziehen wir folgendermassen.

Die erwähnten thermodynamischen Relationen besagen, dass die virtuelle vom arbeitenden Körper bei konstanter Temperatur abgegebene Arbeit ein vollständiges Differential ist (der negativen freien Energie). Wir dürfen also bei den Independenten x_x, y_y, z_z, H, t setzen:

$$\mathcal{F}(1+\omega) = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial H}\right)_{x_x \ldots}; \quad P = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_x}\right)_{H \ldots};$$

1) Honda, Shimizu, diese Zeitschr. **3**, 378, 1902.

$$Q = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y_y}\right); \quad R = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial z_z}\right) \quad . \quad (10)$$

Wir führen die Independenten P, Q, R, H, t ein. Es sind dann x_x, y_y, z_z Funktionen derselben, ebenso φ. Wir bekommen durch Derivation nach P und Benutzung von (10)

$$\frac{\partial \varphi}{\partial P} = \frac{\partial \varphi}{\partial x_x}\frac{\partial x_x}{\partial P} + \frac{\partial \varphi}{\partial y_y}\frac{\partial y_y}{\partial P} + \frac{\partial \varphi}{\partial z_z}\frac{\partial z_z}{\partial P} =$$

$$- P\frac{\partial x_x}{\partial P} - Q\frac{\partial y_y}{\partial P} - R\frac{\partial z_z}{\partial P},$$

oder wenn gesetzt wird

$$S = S(P, Q, R, t, H) = Px_x + Qy_y + Rz_z, \quad (11)$$

$$x_x = \frac{\partial(\varphi + S)}{\partial P}, \; y_y = \frac{\partial(\varphi + S)}{\partial Q}, \; z_z = \frac{\partial(\varphi + S)}{\partial R} \quad (12)$$

Ferner ist, wenn bei konstantem P, Q, R, t nach H deriviert wird,

$$\left(\frac{\partial \varphi\,(x_x, y_y, z_z, H, t)}{\partial H}\right)_{P..} = \frac{\partial \varphi}{\partial x_x}\left(\frac{\partial x_x}{\partial H}\right)_{P..}$$

$$+ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y_y}\right)\left(\frac{\partial y_y}{\partial H}\right)_{P..} + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z_z}\right)\left(\frac{\partial z_z}{\partial H}\right)_{P..} + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial H}\right)_{x_x..}$$

oder

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial H}\right)_{P..} = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial H}\right)_{x_x..} - P\left(\frac{\partial x_x}{\partial H}\right)_{P..}$$

$$- Q\left(\frac{\partial y_y}{\partial H}\right)_{P..} - R\left(\frac{\partial z_z}{\partial H}\right)_{P..},$$

daher laut (10), (11)

$$\mathcal{F}(1 + \omega) = \frac{\partial(\varphi + S)}{\partial H} \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Aus (13) und (12) folgt

$$\frac{\partial x_x}{\partial Q} = \frac{\partial y_y}{\partial P}, \quad \frac{\partial x_x}{\partial R} = \frac{\partial z_z}{\partial P}, \quad \frac{\partial y_y}{\partial R} = \frac{\partial z_z}{\partial Q} \quad . \quad (14)$$

Ferner

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial x_x}{\partial H} &= \frac{\partial}{\partial P}\left(\mathcal{F}(1 + \omega)\right) = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial P} + \frac{\partial \omega}{\partial P} \\ \frac{\partial y_y}{\partial H} &= \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial Q} + \mathcal{F}\frac{\partial \omega}{\partial Q}, \quad \frac{\partial z_z}{\partial H} = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial R} + \mathcal{F}\frac{\partial \omega}{\partial R} \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

Die Integration ergiebt

$$\left.\begin{aligned} x_x - (x_x)_o &= x_x' = \int_o^{\mathcal{F}} \mathcal{F}\frac{\partial \omega}{\partial P}\,dH + \int_o^H \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial P}\,dH \\ y_y - (y_y)_o &= y_y' = \int_o^H \mathcal{F}\frac{\partial \omega}{\partial Q}\,dH + \int_o^H \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial Q}\,dH \\ z_z - (z_z)_o &= z_z' = \int_o^H \mathcal{F}\frac{d\omega}{\partial R}\,dH = \int_o^H \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial R}\,dH \end{aligned}\right\} \quad (16)$$

Die Formeln (15) lassen sich auch so herleiten, dass man in (6a) die unabhängigen Variabeln P, Q, R direkt einführt.

Die erste Formel (15) ist schon in II S. 178, abgeleitet für einen seitlich freien Draht.

Behufs Berechnung des $\partial\omega/\partial P$ wurde daselbst gesetzt $x_x = P/E$, $y_y = z_z = -\mu x_x$. Die so definierten Grössen E, μ bedeuten eigentlich Elastizitätskoeffizienten im Felde H, die auch von P abhängen können. Sie wurden jedoch bei der weiteren Berechnung durch ihre feldfreien von H, P unabhängigen Werte ersetzt. Da ω sich zusammensetzt aus $\omega_o = P(1-2\mu)/E$ und aus der Wirkung des Feldes ω', so kommt das eben angeführte Rechenverfahren darauf hinaus, $\partial\omega'/\partial P$ neben $\partial\omega_o/\partial P$ zu vernachlässigen. Dass hiermit nur ein Korrektionsglied tangiert wird, ist leicht zu zeigen.

Führt man in (16) $\partial\omega/\partial P = (1-2\mu)/E$ ein, setzt bei Eisen für $\mathcal{F}$ den Extremwert 1600, ferner $E = 2 \times 10^{12}$ dyn/cm^2, $\mu = 0{,}25$, so beträgt das erste Glied rechter Hand (16) selbst im starken Felde $H = 1000$ weniger als $0{,}4 \times 10^{-6}$, bei Nickel etwa dreimal weniger (I, S. 25).

Die Genauigkeitsgrenze der neueren Messungen (Honda, l. c.) liegt etwa bei $0{,}03 \times 10^{-6}$.

Es genügt also, bei Eisen den Wert des $\partial\omega/\partial P$ bis auf etwa 8 %, bei Nickel bis auf 30 % genau zu kennen.

Thatsächlich dürfte die Genauigkeit der Formeln (16), welche nach Einführung von $\partial\omega/\partial P = (1-2\mu)/E$ etc., d. h. bei Ignorierung des $\partial\omega'/\partial P$ mit den schon in I, S. 23 und II, S. 179 abgeleiteten übereinstimmen, eine weit grössere sein. Man weiss seit Joule, dass die Feldkräfte das Volum nicht zu verändern streben, und erst Nagaoka[1]) ist es gelungen, in starken Feldern ($H = 1800$) an Ovoiden sehr kleine relative Volumänderungen zu konstatieren ($10^6\,\omega' = 0{,}225$, resp. 1,4, resp. $-1{,}5$ bei *Ni*, *Fe*, *Co*). Der auf einen ferromagnetischen Draht ausgeübte Zug spielt wohl nur die Rolle, dass er aus ihm einen anders magnetischen Körper macht. Sind nun die ω' bei magnetisch so stark differierenden Stoffen, wie es Nickel und Eisen sind, selbst in starken Feldern, kleine Grössen der Ordnung 10^{-6}, so wird sich das ω' eines unbelasteten und eines stark belasteten Drahtes wohl auch nur um ebensolche Grössen unterscheiden können. Der einem Zuwachs des P um ein kg/mm^2 entsprechende Gradient $\partial\omega'/\partial P$ wird dann eine Grösse sein, die weit kleiner ist als 10^{-6}, während $\partial\omega_o/\partial P$ bezogen auf dasselbe Mass schon 25×10^{-6} Einheiten ausmacht.

1) Nagaoka, Phil. Mag. (6) **4**, 57, 1902.

(Eingegangen 14. Januar 1905.)

Über das Spektrum des Magnesiums.

Von James Barnes.

Das Magnesiumspektrum ist von grossem Interesse, einmal wegen seines Auftretens im Spektrum vieler Sterne[1]), sodann auch wegen seiner Anwendung bei der Bestimmung von Sterntemperaturen.[2])

Die Linie $\lambda = 4481$ erscheint sehr stark im Spektrum zahlreicher Sterne, welche der ersten Vogelschen Klasse angehören, während $\lambda = 4352$ sehr schwach oder nicht vorhanden ist. Aus diesen Thatsachen zog Scheiner den Schluss, dass die Temperatur der absorbierenden Schicht bei den Sternen der ersten Klasse annähernd diejenige des elektrischen Funkens sei, während bei denjenigen Sternen, in deren Spektrum die Linie $\lambda = 4352$ stärker auftritt, die Temperatur etwa diejenige des elektrischen Lichtbogens sei. Was Scheiner unter der Temperatur des Funkens versteht, ist nicht ganz klar, denn die Worte „Temperatur des Funkens" haben nach unseren gegenwärtigen, auf der kinetischen Gastheorie beruhenden Anschauungen an und für sich keine Bedeutung. Kürzlich hat Hartmann[3]) gezeigt, dass die Anwesenheit oder Abwesenheit dieser Linien kein Zeichen für hohe oder tiefe Temperaturen ist, d. h. dass die Linien $\lambda = 4481$ und $\lambda = 4352$ nicht sowohl von der Temperatur als vielmehr von elektrischen Ursachen herrühren.

Die sogenannten „Funkenlinien" sind diejenigen, welche in dem, durch eine Hochspannungsentladung erzeugten elektrischen Funken auftreten und selten im Lichtbogen bei gewöhnlicher Spannung und Stromstärke vorkommen. Die „Bogenlinien" sind diejenigen, welche im Lichtbogen auftreten und bei der Funkenentladung von geringer Intensität oder unsichtbar sind.

Den Gegenstand der vorliegenden Arbeit bildete die Wiederholung der Beobachtungen Hartmanns sowie die Untersuchung der übrigen Bedingungen, durch welche etwa die Intensität dieser Linien vergrössert oder verringert würde.

Ich brauche nur kurz hinzuweisen auf die Arbeit von Liveing und Dewar[4]), die zuerst das Vorkommen von Funkenlinien im Lichtbogen beobachteten, wenn dieser zwischen dicken Elektroden aus Magnesium in einer Atmosphäre von Luft, Kohlensäure, Ammoniak u. s. w. erzeugt wurde. Auf Grund ihrer Ergebnisse zogen sie die damals gültige Anschauung in Zweifel, dass die Temperatur der Funkenentladung viel höher sei als die des Bogens. Sie meinten, dass die Entstehung der Funkenlinien bedingt sei durch die Energie der elektrischen Entladung und nicht durch irgendwelche Änderung in der Temperatur.

Dieses wichtige Ergebnis zeigte den Weg für weitere Forschungen. Crew[1]) fand, dass die Funkenlinie $\lambda = 4481$ eine der stärksten Linien in dem Spektrum war, welches er mit seinem „rotierenden Lichtbogen" erhielt. Diese Linie wurde verstärkt, wenn der Bogen sich in einer Wasserstoffatmosphäre befand, während die der Kayser und Rungeschen Serie angehörigen Linien unbeeinflusst blieben. Porter[2]) fand, dass diese Linie bei demselben Bogen in einer Stickstoffatmosphäre auf etwa ein Fünftel ihrer Intensität in Luft reduziert wurde. Schenck[3]) beobachtete, dass die Intensität der Linie $\lambda = 4481$ im Funkenspektrum abnimmt, wenn man die Elektroden auf ihren Schmelzpunkt erhitzt. Hartmann und Eberhard[4]) beobachteten, dass die Funkenlinie im Bogenspektrum unter Wasser auftrat; die Wirkung war hier analog der durch Wasserstoff auf den Bogen hervorgebrachten. Kürzlich ist es Hartmann[5]) gelungen, bei Magnesium und Wismut das Bogenspektrum in das Funkenspektrum überzuführen, ohne irgendwie das umgebende Dielektrikum zu verändern, indem er einfach die Stromstärke herabsetzte. Im Verfolg der Ergebnisse seiner sehr sorgfältigen Untersuchung hat er dann gezeigt, dass, wie auch schon Liveing und Dewar geglaubt hatten, die Anwesenheit der Linie $\lambda = 4481$ kein Beweis einer hohen Temperatur ist, dass sie vielmehr auf Elektrolumineszenz beruht.

Hartmann schliesst indessen, dass $\lambda = 4481$ entstehe durch die Schwingungen von Partikeln, welche stark elektrisch geladen sind, und dass die von einem Teilchen getragene Ladung eine Funktion des Widerstandes des Bogens sei. Je grösser die Leitfähigkeit, um so grösser sei die Ladung und um so geringer infolgedessen die Intensität dieser Linie. Diese Schlussfolgerung stützt sich zum Teil auf die Beobachtung, dass die Intensität von $\lambda = 4481$ abnimmt, wenn das den Funken umgebende Dielektrikum durch Auspumpen verdünnt wird. Er nimmt an, dass beim Bogen die gleiche Wirkung eintritt. Diese Erklärung befriedigte mich nicht und fiel, als sich experimentell gerade das entgegengesetzte Resultat ergab, nämlich dass die Linie $\lambda = 4481$ verstärkt wurde, wenn man die Dichte des den Bogen umgebenden Dielektrikums verringerte.

1) H. C. Vogel, Astronom. Nachr. Nr. 3861, 365, 1903.
2) H. Kayser, Astronom. Nachr. Nr. 3883, 277, 1903.
3) Hartmann, Akad. d. Wissensch. zu Berlin, Sitzung vom 26. Februar 1903.
4) Liveing und Dewar, Proc. Roy. Soc. **44**, 241, 1888.

1) Crew, Phil. Mag. (5) **38**, 379, 1894.
2) Porter, Astrophys. Journ. **15**, 274, 1902.
3) Schenck, Astrophys. Journ. **14**, 116, 1901.
4) Hartmann and Eberhard, Astrophys. Journ. **17**, 221, 1903.
5) Hartmann, a. a. O.

Die Arbeit wurde mit folgender Apparatur ausgeführt: Ich benutzte ein Rowlandsches Konkavgitter von etwa 13 Fuss Radius und nahm Photographien im ersten Spektrum auf, da das Spektrum dieser Ordnung am hellsten war. Im weiteren Verlauf der Arbeit erwies sich ein kleineres Gitter von 60 cm Radius als ausreichend für die vorliegende Aufgabe.

Als Elektroden verwandte ich massive Magnesiumstäbe von etwa 1 cm Durchmesser. Diese wurden in geeigneter Montierung in ein Glasgefäss von 800 ccm Inhalt eingeschlossen, dessen langer Hals oben durch eine aufgesiegelte Glasplatte verschlossen wurde. In die beiden seitlichen Öffnungen des Gefässes wurden Gummistopfen eingesetzt, welche die Elektrodenhalter und die Zuleitungsdrähte hielten. Ein Glasrohr stellt die Verbindung mit dem Wasserstoffapparat und der Guerickeschen Luftpumpe her. Bald nach Erregung des Lichtbogens bedeckt sich die Kugel des Gefässes mit einem Niederschlag von Magnesium, der vom Bogen fortgeschleudert wird. Derselbe dringt jedoch nicht in den Hals ein, so dass die Strahlung ohne Verlust durch diesen hindurch auf den Spalt des Gitters gelangt. Die Gummistopfen gestatteten eine leichte Bewegung der Elektroden ohne Beeinflussung des Druckes im Gefäss. Auf diese Weise konnten die Elektroden zur Berührung gebracht und der Bogen entzündet werden. Der Wasserstoff wurde nach der gewöhnlichen Methode durch Einwirkung von Salzsäure auf granuliertes Zink erhalten. Er wurde dann durch Schwefelsäure geleitet, bevor ich ihn in das Gefäss eintreten liess, in welchem sich der Lichtbogen befand.

Den Strom entnahm ich einem Netz von 110 Volt Spannung und veränderte seine Stärke durch Glühlampenwiderstände. Bei Anwendung des Funkens wurde der Strom von einem gewöhnlichen Induktorium erzeugt.

Wenn der Magnesiumbogen in Luft brannte, überzogen sich die Elektroden bald mit dem Oxyd. Dieses musste bei Verwendung kleiner Stromstärken entfernt werden, ehe wieder ein Bogen erzeugt werden konnte. Da der Bogen während einer Exposition sehr viele Male angelassen werden musste, so machte ich nur dann Aufnahmen, wenn die den Bogen umgebende Luft unter Atmosphärendruck stand, wo das Magnesiumoxyd leicht entfernt werden konnte, sowie bei sehr geringen Drucken, wo der geringe Betrag des gebildeten Oxyds die Zündung des Bogens, so oft solche erforderlich war, nicht störte. Bei anderen Drucken unterhalb des atmosphärischen war es unmöglich, die Elektroden zu reinigen, ohne das Gefäss zu öffnen und dadurch den Druck zu verändern. Da Wasserstoff sich mit Magnesium nicht verbindet, so konnten ohne Schwierigkeit bei jedem beliebigen Druck Beobachtungen angestellt werden.

Ergebnisse.

Nachdem ich systematisch eine Reihe von Photographien des Bogenspektrums bei verschiedenen Stromstärken und bei verschiedenen Drucken des umgebenden Gases aufgenommen habe, habe ich gefunden, dass die Intensität der Linien der ersten Nebenserie: $\lambda = 3838{,}4$, $\lambda = 3832{,}4$ und $\lambda = 3829{,}5$ und der zweiten Nebenserie: $\lambda = 5183{,}8$, $\lambda = 5172{,}8$ und $\lambda = 5167{,}5$ praktisch nicht beeinflusst wurden. Diese Linien werden auch im Funkenspektrum durch keinerlei Änderung im Druck des umgebenden Dielektrikums beeinflusst. Ich nehme daher als Massstab die Intensität der Linie $\lambda = 5183{,}8$ an und bezeichne sie als 10; eine auf den Negativen kaum sichtbare Linie erhält die Intensität 1. Die folgenden Tabellen enthalten die gefundenen Resultate. Die Drucke sind in mm Quecksilber und die Stromstärken in Ampère gegeben.

Bogen in Luft.

Wellenlänge der Linie	Druck in mm *Hg*	Intensität der Linie bei einer Stromstärke von				
		7,5 Amp.	3,5 Amp.	2,0 Amp.	1,0 Amp.	0,5 Amp.
4703,2 (Bogenlinie)	760	10	10		10	8
	1		8	8	8	7
4571,3 (Bogenlinie)	760	6	6		4	4
	1		1	0	0	0
4481 Funkenlinie)	760	0	1		10	15
	1		20	20	20	20
4352,1 (Bogenlinie)	760	10	10		10	8
	1		3	2	1	1
4167,8 (Bogenlinie)	760	7	7		7	5
	1		1	1	1	1
4058,4 (Bogenlinie)	760	5	5		5	4
	1		1	1	0	0

Bogen in Wasserstoff.

Wellenlänge der Linie	Druck in mm *Hg*	Intensität der Linie bei einer Stromstärke von	
		3,5 Amp.	0,5 Amp.
4703,2 (Bogenlinie)	760	6	2
	380	6	1
4481 (Funkenlinie)	760	5	15
	380	10	15
4352,1 (Bogenlinie)	760	4	0
	380	3	0

Die übrigen Linien sind in der Tabelle für Wasserstoff fortgelassen, da sie bei keinem Druck und keiner Stromstärke auf den Platten erscheinen.

Diese Tabellen zeigen, dass alle Bogenlinien bei abnehmender Stromstärke schwächer werden, sowohl bei Atmosphärendruck als bei niedrigeren Drucken, wenn das Dielektrikum Luft oder Wasserstoff ist. In Luft ist die Intensitäts-

änderung gering. Auch bei gleicher Stromstärke und gleichem Druck verringert Wasserstoff die Intensität der Bogenlinien, während er die Funkenlinien verstärkt, was im Einklang steht mit den Ergebnissen von Crew. Man sieht ferner, wie die ausgezeichnete Funkenlinie $\lambda = 4481$ in Luft mit abnehmender Stromstärke an Intensität zunimmt, eine Bestätigung der Beobachtungen Hartmanns. Sowohl in Luft als auch in Wasserstoff werden bei Verwendung des Bogens mit abnehmendem Druck die Bogenlinien schwächer und die Funkenlinien intensiver. Es ist von Wichtigkeit, zu bemerken, dass die Intensität der Linie $\lambda = 4481$ in einem Vakuum von etwa 1 mm Druck sich bei einer Änderung der Stromstärke innerhalb der hier angewandten Grenzen nicht ändert. Es ist weiter bemerkenswert, dass die Aufnahme des Funkenspektrums, welches mit einem Induktorium und parallel zur Sekundärspule geschalteter Leydener Flasche erhalten wurde, der Aufnahme des Bogenspektrums im Vakuum so ähnlich war, dass fast kein Unterschied zwischen den beiden Platten wahrzunehmen war. Die Entfernung zwischen den Elektroden betrug bei allen Beobachtungen niemals mehr, meist weniger als einige wenige Millimeter. Die Potentialdifferenz zwischen den Elektroden betrug ungefähr 40 Volt.

Hinsichtlich der Spektra von Zink, Kadmium und Wismut wurden nur sehr wenige entscheidende Resultate erhalten. Wenn ein Übergang des Bogenspektrums in das Funkenspektrum eintrat, so war er viel weniger überzeugend als beim Magnesium, wo die einzelnen Schritte leicht erhalten werden konnten. Die Beobachtung Hartmanns, dass die Zinkfunkenlinien $\lambda = 4912$ und $\lambda = 4925$ im Bogenspektrum bei Herabsetzung der Stromstärke auf 0,5 Ampère auftraten, fand ich bestätigt. In einem Vakuum zeigte sich das Auftreten dieser Funkenlinien im Bogen, wenn auch keine Spur von ihnen bei Verwendung der gleichen Stromstärke im Bogen zu finden war, wenn derselbe sich in Luft von Atmosphärendruck befand. Für Kadmium und Wismut konnte ich kein befriedigendes Resultat erhalten bezüglich des Auftretens der Funkenlinien im Bogen im Vakuum.

Diese Resultate lassen sich folgendermassen zusammenfassen:

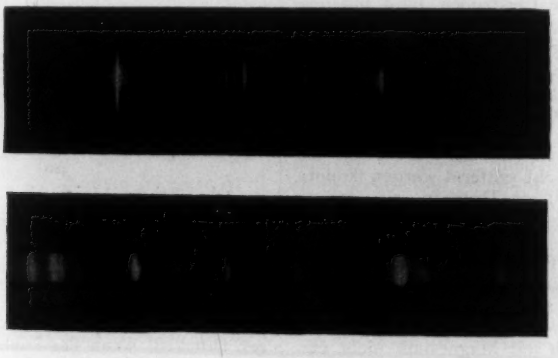
Magnesium. Im Bogen in Luft von Atmosphärendruck werden die Bogenlinien mit abnehmender Stromstärke schwächer, während die Intensität der Funkenlinie $\lambda = 4481$ zunimmt. Für alle Stromstärken werden mit abnehmendem Druck die Bogenlinien schwächer, und gerade das Gegenteil ist der Fall mit den Funkenlinien. Die gleiche Erscheinung tritt in Wasserstoff auf, aber in ausgesprochenerem Masse.

Wird die Linie $\lambda = 4481$ mit einem Bogen im Vakuum erhalten, so ändert sich ihre Intensität nicht bei irgendwelcher Änderung in der Stromstärke.

Zink. Im Bogen in Luft traten die Funkenlinien $\lambda = 4912$ und $\lambda = 4925$ auf, wenn der Strom geschwächt wurde. Diese Linien traten auch sehr deutlich im Bogen im Vakuum auf, während sie im Bogen in Luft nicht sichtbar waren, wenn die gleiche Stromstärke angewandt wurde.

Nach Abschluss obiger Untersuchungen erschien im Astrophysical Journal im November 1904 eine wertvolle Arbeit von Professor Crew, in der er sagt, dass eine sehr schnell wechselnde hohe E.M.K. die wesentliche Bedingung zur Erzeugung von Funkenlinien in Bogenspektren sei. Die obigen Resultate können alle aus dieser Annahme erklärt werden. Gerade nämlich, wie

Spektrum des Magnesiumsbogens im Vakuum bei 3 Ampère.



Zeigt $\lambda = 4481$ an der Kathode.

Sauerstoff beim Schliessen und Öffnen des Bogens eine grössere E. M. K. einführt als die in Luft auftretende, könnte man erwarten, dass auch die Verringerung der Dichte des Dielektrikums eine ähnliche Wirkung hätte.

Es wurde eine Beobachtung gemacht, welche unmittelbar die Ursache der Linie $\lambda = 4481$ berührt; dieselbe erscheint nämlich hauptsächlich in dem der negativen Elektrode benachbarten Teile des Bogens, wie aus dem Spektrum auf der Platte in der Figur ersichtlich. Diese Photographie wurde nebst vielen anderen, die das gleiche Resultat zeigen, erhalten, indem der Spalt des Spektroskops entfernt und der Bogen an dessen Stelle gebracht wurde. Der Bogen wurde für eine Exposition nur eine Sekunde lang oder kürzer geschlossen, bei Atmosphärendruck und drei Ampère. Dieses Resultat ist ein weiterer Beweis für die Annahme Crews, dass die Funkenlinien in Zusammenhang stehen mit steilen Potentialgradienten, denn wir wissen ja, dass an jeder Elektrode des Bogens ein starkes Potentialgefälle auftritt.

Bei Atmosphärendruck ist die freie Weglänge eines Ions so klein, dass die für Funkenlinien erforderliche Beschleunigung nur in der Nähe der Elektroden erzeugt wird; nimmt aber die Dichte des Gases oder Dampfes ab, so wird die freie Weglänge der Ionen grösser und man wird natürlich erwarten, dass die charakteristische Strahlung sich weiter ausbreitet und bei hinreichender Verdünnung den ganzen Zwischenraum zwischen den Elektroden erfüllt, wie das der Fall ist in den obigen Ergebnissen bei 1 mm Druck. Auf Grund derselben Annahme lassen sich Hartmanns Resultate bezüglich der Intensitätszunahme der Funkenlinie mit abnehmender Stromstärke erklären, denn bei grösserer Stromstärke wird ein grösserer Betrag des Elektrodenmetalls verdampft und dadurch die Dichte vermehrt.

Beim gewöhnlichen Bogen ist die Anode die heissere der beiden Elektroden, und es herrscht daher in ihrer Nachbarschaft eine grössere Dichte des Dampfes. Daher würde die oben gemachte Annahme die grössere Stärke von $\lambda = 4481$ an der Kathode gegenüber der an der Anode erklären.

Zum Schluss möchte Verfasser Herrn Professor Ames für die zahlreichen Ratschläge danken, welche er ihm während dieser Arbeit hat zuteil werden lassen.

Baltimore, U. S. A., Johns Hopkins University.

(Aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 2. Januar 1905.)

Über Momentaufnahmen mit Schlitzverschluss vor der Platte.

Von Emil Bose.

Grosser Beliebtheit erfreuen sich zur Zeit und mit Recht für Momentaufnahmen vieler Art die Schlitzverschlüsse, bei welchen ein verstellbarer Schlitz vor der Platte entlang gleitet und neben der Geschwindigkeit dieses Gleitens die einstellbare Schlitzbreite die Zeitdauer der Exposition bedingt. Es ist nun ohne weiteres klar, dass die Leistungsfähigkeit eines solchen Momentverschlusses nicht allein gegeben ist durch die Zeitdauer der Belichtung des einzelnen Plattenteiles, sondern noch sehr wesentlich abhängt von der Dauer der Gesamtaufnahme, Beginn der Belichtung des oberen Plattenteiles bis Ende der Belichtung des unteren Plattenteils. Beträgt die Breite des Schlitzes etwa ein Zwanzigstel der vertikalen Plattenbreite und wird diese Strecke in $^1/_{1000}$ Sekunde zurückgelegt, so ist zwar die Expositionsdauer des einzelnen Plattenstreifens $^1/_{1000}$ Sekunde, dagegen beträgt die Dauer der ganzen Aufnahme $^1/_{50}$ Sekunde, indem die gesamte Aufnahme des Bildes gewissermassen zerlegt werden kann in zwanzig aufeinanderfolgende Aufnahmen eines schmalen Streifens in 20 aufeinanderfolgenden Tausendsteln einer Sekunde. Erstreckt sich die Aufnahme auf Vorgänge, die sehr schnell erfolgen und in $^1/_{50}$ Sekunde schon erhebliche Änderungen erfahren, so werden die einzelnen Teile der Platte verschiedenen Phasen des Vorganges entsprechen. Bewegungen von Menschen und Tieren bei irgendwelchen Sportaufnahmen erfolgen zumeist nicht so schnell, dass nicht auch schon die schnellstmögliche Exposition der ganzen Platte, also in unserem Beispiele etwa $^1/_{50}$ Sekunde, zur Aufnahme ausreichen würde. In neuerer Zeit sind aber mit Hilfe solcher Schlitzverschlüsse vor der Platte Aufnahmen gemacht worden, welche auf das deutlichste den prinzipiellen Fehler dieser Methode schnellster Momentaufnahmen illustrieren.

Da ist z. B. die Aufnahme des Schnellbahnwagens auf der Strecke Marienfelde-Zossen, die in Figur 1 wiedergegeben ist. Aus dem Neigungswinkel des Stromabnehmermastes gegen den senkrechten Telegraphenpfahl ergiebt sich, dass zwischen der Aufnahme der oberen und unteren Partie des Stromabnehmermastes eine Zeit liegt, in welcher der Schnellbahnwagen, der mit ca. 200 km Geschwindigkeit pro Stunde fährt, etwa 0,55 m zurückgelegt hat, da der Mast drei Meter Höhe besitzt. Daraus und aus der Höhe der Platte gegenüber dem in ihr abgebildeten Stromabnehmermast folgt, dass zwischen der Aufnahme der untersten und obersten Teile der Platte eine Zeit von 0,045 Sekunden gelegen hat. Obgleich also der ganze Wagen, der etwa

— Fig. 1. Die elektrischen Schnellfahrten Marienfelde—Zossen:
Momentaufnahme des Siemens & Halske-Wagens bei einer Geschwindigkeit von 195 km in der Stunde.

die Hälfte der Bildhöhe einnimmt, in etwa $^2/_{100}$ Sekunde aufgenommen wurde, macht bei seiner ausserordentlichen Geschwindigkeit sich der prinzipielle Fehler des Nacheinanderaufnehmens der einzelnen Teile schon recht merklich geltend, indem der Wagen in der Fahrtrichtung vornüber geneigt erscheint.

Noch eklatanter tritt der Fehler dieser Art von Momentaufnahmen in Erscheinung bei der Aufnahme Figur 2, die ein Automobil in voller

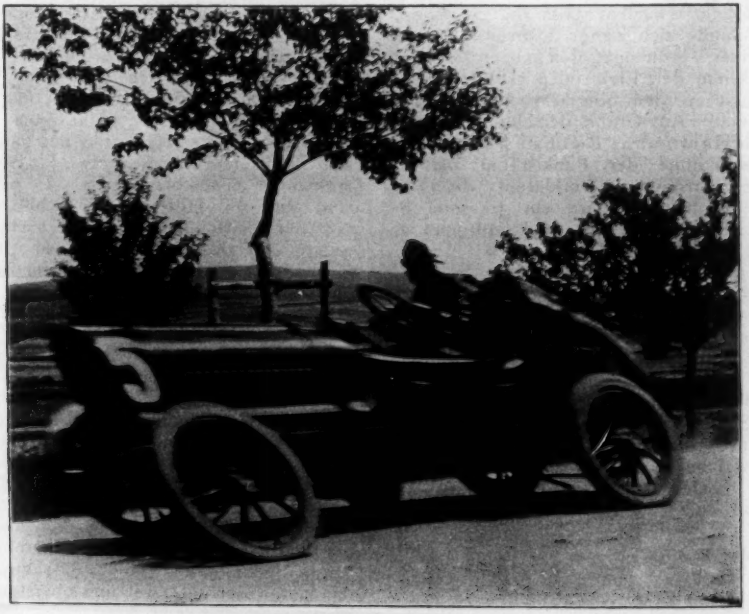


Fig. 2. Automobil in voller Fahrt.

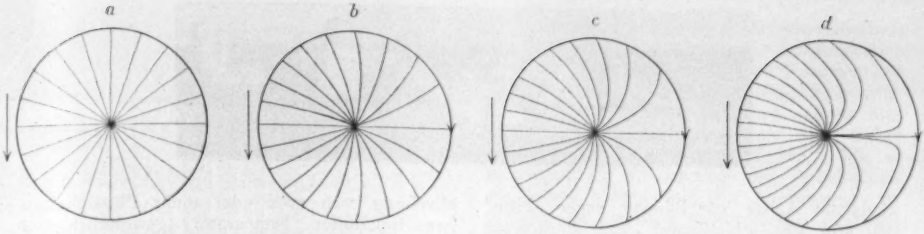


Fig. 3. Scheinbare Deformation äquidistanter Speichen bei verschiedenen Rotationsgeschwindigkeiten. Die Drehung beträgt, während der horizontale Schlitz sich um den Durchmesser des Rades gleichförmig verschiebt, o, $^1/_{10}$, $^2/_{10}$, $^4/_{10}$ Umdrehung.

Geschwindigkeit beim Gordon-Bennet-Rennen zeigt. Hier ist die Verschiebung der einzelnen Horizontalschichten gegeneinander namentlich an den Rädern und an der in Wirklichkeit senkrechten Vorderfläche des Motorgehäuses ganz eklatant. Hier berechnet sich, dass der Schlitz zum Passieren der ganzen Platte etwa 0,09 Sekunden gebrauchte. Das vorliegende Bild stellt nur einen Ausschnitt aus der Originalaufnahme dar, der etwa die Hälfte der Höhe derselben wiedergiebt. Für die Berechnung ist eine Geschwindigkeit des Automobils von 150 Kilometern pro Stunde zu Grunde gelegt worden.

Um die Deformationen zu zeigen, welche zum Beispiel bei rotierenden Körpern durch die zeitliche Aufeinanderfolge der auf der Platte festgehaltenen Eindrücke zustande kommen, mögen die folgenden Figuren 3a, b, c, d dienen, welche die Verschiebung äquidistanter Radien bei verschiedenen Rotationsgeschwindigkeiten darstellen. Die Konstruktion erfolgte unter der Annahme eines unendlich schmalen Schlitzes, da die Breite desselben nur Unschärfe bedingen würde. Man sieht, wie sich die Speichen des Rades bei zunehmender Geschwindigkeit der Rotation scheinbar immer mehr zusammendrängen unter gleichzeitiger Krümmung. Trotz der grossen Unschärfe der Speichen in den am schnellsten in horizontaler Richtung sich fortbewegenden oberen Teilen der Automobilräder erkennt man auch auf der Figur 2 deutlich die scheinbare Zusammendrängung der Speichen gegen den linken Teil des Rades, ferner die Krümmung der einzelnen Speichen.

Es bedarf nur noch eines kurzen Hinweises darauf, wie sich dieser prinzipielle Fehler der Schlitzverschlüsse vor der Platte vermeiden lässt. Die Antwort ist sehr einfach und durchaus nicht neu. Man lege den Momentverschluss in denjenigen Teil des Strahlenganges, in welchem derselbe am schmalsten ist, d. h. in die Blendenebene des Objektives oder dieser möglichst nahe. Öffne ich hier den ganzen Blendenquerschnitt, den ich haben will, genau solange wie beim Schlitzverschluss vor der Platte der Schlitz gebraucht, um seine eigene Breite zu durchlaufen, so ist in dieser Zeit die Aufnahme der ganzen Platte gleichzeitig ausgeführt, und ich habe, um auf unser früheres Beispiel zurückzugreifen, in Wirklichkeit eine Momentaufnahme von $^1/_{1000}$ Sekunde Expositionsdauer, indes unser Beispiel am Anfang nur eine Momentaufnahme von $^1/_{50}$ Sekunde Gesamtdauer mit $^1/_{1000}$ Sekunde Expositionsdauer des einzelnen Teiles darstellte.

Man wird sich nach dem bisher Gesagten leicht darüber klar sein, bis zu welcher Grenze ein derartiger Momentverschluss im einzelnen Falle angewendet werden kann, ohne verzerrte Bilder zu liefern. Ob es Momentverschlüsse giebt, welche für Vorgänge von solcher Schnelligkeit, dass der Schlitzverschluss vor der Platte versagt, unverzerrte Bilder liefern, gehört nicht hierher, da es sich hier nur um eine Erörterung der Grenzen seiner Anwendbarkeit handelt.

(Eingegangen 9. Februar 1905.)

Über „Wachstums"-Erscheinungen an Quecksilbertropfen.

Von M. Seddig.

Auf dem Gummistopfen eines Quecksilber-Reinigungsapparates konnte ich bisweilen äusserst kleine, regelmässig gestaltete, pilzförmige Bildungen beobachten von dem Charakter der in umstehender Autotypie wiedergegebenen Exemplare, welche letzteren besonders „gezüchtet" wurden. Sie sind in der Weise erhalten, dass auf eine mit verdünnter Salpetersäure getränkte, möglichst poröse Pappunterlage Quecksilbertröpfchen aufgespritzt wurden; 3—6 Stunden genügten dann, um diese walzenförmigen Gebilde, die je mit einem Quecksilbertropfen bedeckt sind, aufwachsen zu lassen. Wird dieser Versuch nahe am Fenster angestellt, so zeigen diese „Pilze" eine ganz auffallende Tendenz, sich nach diesem hinzuneigen, wobei es dann häufig vorkommt, dass die Quecksilberkuppe herabfällt und in eine Anzahl kleiner und kleinster Tröpfchen zerspritzt, welche dann

wiederum Anlass zur Bildung neuer „Pilze" (oft von den schlankesten und zierlichsten Formen) geben. Der anatomische Bau dieser „Pilze" ist ein auffallend regelmässiger; der Horizontalschnitt lässt eine deutlich radiale Struktur erkennen (ganz ähnlich wie bei einer Citrone oder Orange), während in der Mitte dieses Schnittes meist das Lumen eines von unten nach oben gehenden Kanales sichtbar ist. Die Quecksilberkuppe sitzt regelmässig mit einem ziemlich weit nach unten gehenden Zapfen auf.

Die „Entwicklungsgeschichte" dieser Gebilde ist folgende: Dort, wo der Quecksilbertropfen auf der HNO_3-haltigen Unterlage aufliegt, bildet sich eine Schicht von basischem Merkuronitrat, welches in dem angesäuerten Wasser schwer löslich ist. Die nach aussenhin befindlichen Partikelchen des Salzes trocknen mehr aus und sintern zu einer Kruste zusammen, während durch die lockere Masse des Inneren neue HNO_3-Lösung in die Höhe diffundiert und unter dem Tropfen neues Salz bildet, welches dabei den Tropfen hebt. In solcher Weise geht es nun so lange fort, als es die Kapillarität und die entgegenwirkende Verdunstung etc. erlauben. — Jenes Hinüberneigen nach dem Fenster zu ist keine Wirkung des Lichtes, sondern nur die Folge der auf dieser Seite stärkeren Verdunstung und der dadurch bedingten Kontraktion.

Es ist diese letztere Erscheinung analog jener zuerst von K. Schaum[1]) festgestellten Thatsache, dass das Sublimieren von Naphtalin „nach dem Lichte des Fensters zu" nur als Folge der auf dieser Seite stärkeren Abkühlung infolge der Luftkonvektion statthat.

1) K. Schaum, Marburger Sitzungsber. **1901**, pag. 131 bis 137.

Marburg, Physikal. Inst. 18. Januar 1905.

(Eingegangen 1. Februar 1905.)

Bestimmung einiger Mischungswärmen.

Von B. May Clarke.

Eine ziemlich grosse Zahl[1]) von Versuchen ist zur Bestimmung der Wärme, die bei der Mischung von zwei oder mehr Flüssigkeiten von bekannter Temperatur (gewöhnlich bei 15^0 oder 18^0 C.) auftritt, angestellt worden. Bei den meisten Versuchen wurde die Wärmemenge, die erzeugt oder absorbiert wurde, durch Beobachtung der Temperaturänderung infolge der Mischung bestimmt. Diese Methode erfordert die Bestimmung der spezifischen Wärme, nicht nur der einzelnen Flüssigkeiten, sondern auch der erhaltenen Mischung.

Bei der von mir angewandten Methode ist die Wärme einfacher und direkter mit Hilfe eines Bunsenschen Eis-Kalorimeters bestimmt worden. Die Flüssigkeiten wurden bei 0^0 gemischt, die erhaltene Mischung wurde auf 0^0 gehalten; die ganze entwickelte Wärme konnte also durch das Gewicht des Quecksilbers gemessen werden, das aus dem Kalorimeter herausgetrieben oder in dasselben hineingezogen wurde, entsprechend der Menge Eis, die in dem Kalorimeter infolge der Mischung zum Schmelzen gebracht oder gebildet wurde.

Das Kalorimeter.

Das Kalorimeter war von der gewöhnlichen Bunsenschen Form (Fig. 1). Die Röhre F (Fig. 2) war eine Kapillarröhre von einem Millimeter inneren Durchmesser und war bei b an das im übrigen schon fast mit Quecksilber gefüllte Kalorimeter angeblasen. Die weitere Röhre T wurde dann bei E gebogen. Bei c wurde die Kapillarröhre sehr fein ausgezogen und so gebogen, dass die Öffnung q vertikal stand. Die Öffnung tauchte bei der Anwendung des Kalorimeters in einen Quecksilbernapf Q. Nunmehr wurde Eis in C gebildet, indem Äther in der Röhre a zum schnellen Verdampfen gebraucht wurde; die Luft in E und F wurde dabei durch die Ausdehnung infolge des Gefrierens herausgetrieben. Dann liess man das Eis in C schmelzen, und Quecksilber wurde von Q aus hineingesaugt. Dieser Prozess wurde wiederholt, bis alle Luft aus E und F vertrieben war.

Das Kalorimeter C war von einem hochgradig evakuierten Dewarschen Gefäss B umgeben, und der Zwischenraum von B und C war dicht mit roher Baumwolle ausgefüllt. In

1) Horstmann, Theoret. Chemie S. 502; Rühlmann, Mechanische Wärmetheorie II; Nernst, Zeitschr. f. physik. Chemie **2**, 23 (1888); J. Thomson, Pogg. Ann. **88**, 349; **138**; Thermochemische Untersuchungen, Leipzig, 1882–1886.

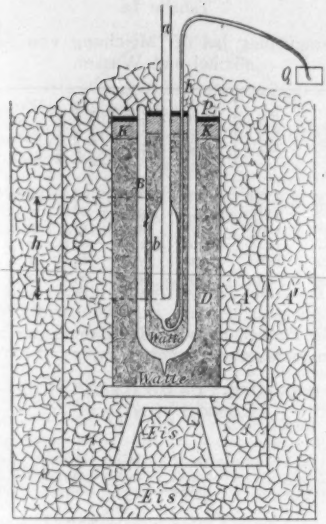


Fig. 1.

gleicher Weise war B von dem Glasgefässe D eingeschlossen und der Zwischenraum war ebenfalls mit roher Baumwolle ausgefüllt. Oben waren die Gefässe B und D mit Kork k verschlossen und hermetisch versiegelt, indem geschmolzenes Paraffin über die Mündung gegossen wurde. D umgab ein Holzgefäss A, das feingeschabtes Eis enthielt und A wurde von einem grösseren Holzgefäss A', das wiederum Eis enthielt, umschlossen.

Wenn eine genügend dicke Schicht von Eis sich in C gebildet hatte (infolge der Verdampfung des Äthers in a), wurde das Rohr a sorgfältig gereinigt und verschlossen, und der Apparat stehen gelassen, bis sein gesamter Inhalt die Temperatur Null angenommen hatte. Das Kalorimeter zeigte dann einen regelmässigen Gang von +0,002 gr Quecksilber pro Stunde. Das Eis in A und A' war künstliches und daher unrein, und dieser Umstand genügt, um den positiven Gang zu begründen, an Stelle eines negativen Ganges, den ich erwartet hatte.

Zuerst war es schwierig, die Bildung von

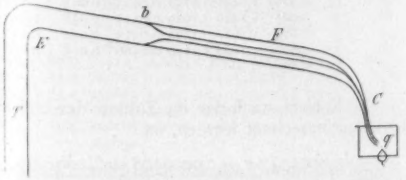


Fig. 2.

Luftblasen in der Öffnung q bei dem Umtausch des Gefässes Q zu verhindern. Jedesmal wich dabei der Quecksilberfaden bei Q zurück und eine Luftblase bildete sich. Diese Schwierigkeit war jedoch leicht zu heben, indem man die Hand einige Sekunden um den dicken Teil der Röhre, etwa bei E, hielt. Die so herbeigeführte Erwärmung des Quecksilbers und seine hieraus folgende Ausdehnung genügten, die Luftblase fortzutreiben. Entfernte man die Hand, so kühlte sich das Quecksilber wieder ab, zog sich zusammen, und Quecksilber wurde aus dem Gefäss hineingesaugt, in welches q hineintauchte. Bei jedem Umtausch von Q musste dieser Kunstgriff angewandt werden.

Die Flüssigkeiten, die gemischt werden sollten, wurden so genau wie möglich auf 0° gebracht, bevor sie in die Kalorimeterröhre a geführt wurden. Die eine gewogene Flüssigkeit wurde in die Röhre a gebracht; die andere wurde in einer geeigneten Pipette abgewogen und diese Pipette wurde dann in Röhre a gesenkt, indem darauf geachtet wurde, dass die Oberfläche von der Flüssigkeit in der Pipette über der Oberfläche der Flüssigkeit in dem Rohre a blieb. Auf diese Weise waren die Flüssigkeiten, die gemischt werden sollten, voneinander getrennt und doch unter den gleichen Bedingungen.

Die Röhre a war kaum 2 cm weit und ihre Höhe h innerhalb des Kalorimeters war ebenfalls gering, so dass die Menge der verwendeten Substanzen einen gewissen Betrag nicht überschreiten durfte. Die Flüssigkeiten, die gemischt werden sollten, blieben in a, bis ihre Temperatur Null war, d. h. bis das Kalorimeter seinen normalen Gang von +0,002 gr pro Stunde angenommen hat. Die Flüssigkeiten wurden dann gemischt, indem man die Pipette ausblies. Die Differenz im Gewicht[1]) des Gefässes Q vor und nach der Mischung der Flüssigkeiten gab ein Mass für die Wärmemenge, die infolge der Mischung erzeugt oder absorbiert war. Eine Gewichtsdifferenz von 0,0154 gr entspricht einer Gramm-Kalorie. Die Experimente wurden zum grössten Teil in einem Kühlhause angestellt, wo die Temperatur zwischen 0° und 2° schwankte. Die ungesunde Beschaffenheit des Raumes verhinderte jedoch die Anstellung einer erheblich grösseren Zahl von Beobachtungen.

Die verwandten Flüssigkeiten waren zum Teil reine Handelspräparate und können daher nicht als völlig rein betrachtet werden. In den im weiteren gegebenen Wärmetönungskurven, d. h. Ia, IIa, IIIa, IV, V, VI, VII, stellen die Ordinaten y die erzeugten oder absorbierten Ka-

1) Schuller und Wartha, Wied. Ann. (2) 5, 359.

lorien dar, die Abszissen x die Gewichtsprozente der einen Flüssigkeit.

Die Änderung des Volums bei der Mischung.

Es war meine Absicht, auch die Volumenänderungen der verschiedenen Flüssigkeiten bei den verschiedenen Mischungen zu bestimmen; aber diese Änderungen waren meist so gering, dass nur in zwei Fällen die Ergebnisse der Messung zugänglich waren. Ich hatte keine Wage zu meiner Verfügung, die für mehr als 50 gr eine hohe Empfindlichkeit besass. Das spezifische Gewicht der verschiedenen Mischungen wurde mit einem kalabrierten Pyknometer bestimmt.

Die Kontraktion infolge der Mischung wird durch die folgende Formel gegeben:

$$c = \frac{P}{D} + \frac{p}{d} - \frac{P+p}{S},$$

wo D das spezifische Gewicht der einen, d das der andern Flüssigkeit und S dasjenige der erhaltenen Mischung ist. P resp. p sind die entsprechenden Gewichtsprozente der beiden Flüssigkeiten, die die Mischung bilden. Die Kontraktion C der Volumeneinheit der erhaltenen Flüssigkeit wird durch die Formel

$$C = \frac{c\,S}{p+P} = \frac{S(PD+pd)}{(P+p)Dd} - 1$$

gegeben.

In dem Falle von absolutem Alkohol und Wasser liessen sich die Volumenkontraktionen, die den verschiedenen Prozenten der Mischung entsprechen, direkt aus den Beobachtungen über spezifische Gewichte von Mendelejeff[1]) ausrechnen. Bei den Kurven für die Volumenkontraktionen stellen die Ordinaten y die Kontraktion der Einheit, bezogen auf die erhaltene Flüssigkeit dar; die Abszissen x geben Gewichtsprozente der Flüssigkeiten. Im folgenden werden nunmehr die Resultate meiner Versuche in Tabellenform zusammengestellt. Es wurden folgende Paare untersucht:

I. Äthylalkohol-Wasser,
II. Anilin-Xylol,
III. Propylalkohol-Wasser,
IV. Chloroform-Äther,
V. Xylol-Amylalkohol,
VI. Chloroform-Xylol,
VII. Alkohol-Amyläther.

1) Landolt und Börnstein, Phys.-Chem. Tabellen.

Tabelle Ia.

Wärmetönung bei der Mischung von Äthylalkohol und Wasser.

Gramm Alkohol	Gramm Wasser	Gramm Hg eingezogen	Entsprech. Anzahl Gramm-Kalorien	Gewicht-Prozente Alkohol	Wärmetönung pro 1 gr Mischung beob.	ber.
1,329	5,162	0,2806	18,21	20,4	2,80	2,91
3,200	9,580	0,6964	45,21	25,0	3,53	3,31
1,268	1,645	0,2271	14,74	43,4	5,06	4,56
8,549	4,046	0,8003	51,96	67,8	4,12	4,62
9,946	1,763	0,4134	27,49	84,9	2,29	2,10
9,339	1,745	0,4096	26,59	84,2	2,39	2,57
10,378	1,682	0,3899	25,31	86,0	2,10	1,92

Die Formel, nach der die Zahlen der letzten Kolumne berechnet wurden, ist

$$y = 0{,}0018\,x(100-x) - 0{,}00000046\,x^2(100-x) + 0{,}000011\,x(100-x)^2$$

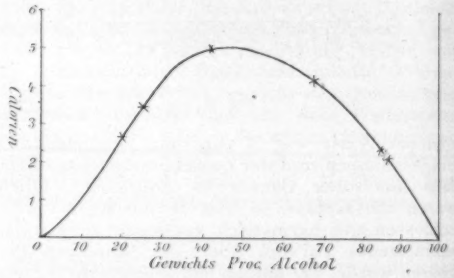


Fig. 3a.

Tabelle Ib.

Volumenänderung bei der Mischung von Äthylalkohol und Wasser. Berechnet nach Versuchen von Mendelejeff.

Gewicht-Prozente Alkohol	Gewicht-Prozente Wasser	Dichte bei Null	Volumen ungemischt	Volumen gemischt	Volum.-Änderung b. Mischg.	Vol.-Änderg. pro 1 ccm der erhalt. Mischung beob.	ber.
0	100	0,9998	—	—	—	—	—
10	90	0,9851	1,0241	1,0157	0,0090	0,008	0,008
20	80	0,9757	1,0481	1,0249	0,0232	0,022	0,021
30	70	0,9655	1,0721	1,0357	0,0364	0,035	0,033
40	60	0,9494	1,0961	1,0532	0,0429	0,040	0,040
50	50	0,9295	1,1201	1,0758	0,0443	0,041	0,043
60	40	0,9075	1,1440	1,1019	0,0421	0,038	0,041
70	30	0,8843	1,1680	1,1308	0,0372	0,032	0,037
80	20	0,8604	1,1920	1,1620	0,0300	0,025	0,028
100	0	0,8063	—	—	—	—	—

Die Formel, nach der die Zahlen der letzten Kolumne berechnet wurden, ist

$$y = \frac{0{,}0001737\,x - 0{,}00003083\,x^2(100-x)}{1 - 6{,}14\,x}$$

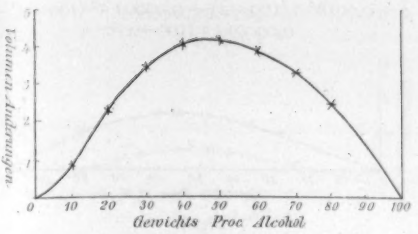


Fig. 3b.

Tabelle IIa.

Wärmetönung bei der Mischung von Anilin-Xylol.

Gramm Xylol	Gramm Anilin	Gramm Hg ausgezogen	Entsprech. Anzahl Gramm-Kalorien	Gewicht-Prozente Xylol	Wärmetönung pro 1 gr Mischung beob.	ber.
4,328	15,840	0,4951	32,149	21,4	1,59	1,53
4,247	8,204	0,4374	28,402	34,0	2,28	2,19
4,071	5,618	0,3725	24,188	42,0	2,49	2,28
5,492	5,280	0,4462	28,974	50,9	2,68	2,70
11,8779	5,5117	0,6936	45,038	68,3	2,58	2,60
13,899	5,2730	0,7030	45,649	72,4	2,38	2,29

Die Formel, nach der die Zahlen der letzten Kolumne berechnet wurden, ist

$$y = \frac{0{,}00817\, x\,(100-x)}{1-\frac{16}{3364}x}.$$

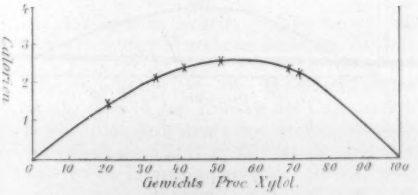


Fig. 4a.

Tabelle IIb.

Volumenänderung bei der Mischung von Anilin-Xylol.

Gewicht-Prozente Xylol	Gewicht-Prozente Anilin	Dichte bei Null	Volumen ungemischt	Volumen gemischt	Volumen-Änderung b. Mischg.	Vol.-Änderung pro 1 ccm der erhalt. Mischung beob.	ber.
—	—	1,039	—	—	—	—	—
13,0	87,0	1,014	0,9803	0,9865	0,0055	0,005	0,005
36,4	63,6	0,9747	1,0120	1,0250	0,013	0,012	0,013
45,6	54,4	0,9601	1,0257	1,0415	0,016	0,015	0,015
62,6	37,4	0,9377	1,0480	1,0680	0,020	0,018	0,016
80,6	19,4	0,9166	1,0730	1,0900	0,017	0,015	0,013
100	—	0,9090	—	—	—	—	—

Die Formel, nach der die Zahlen der letzten Kolumne berechnet wurden, ist

$$y = \frac{+0{,}0000044\, x\,(100-x)}{1-0{,}006244}.$$

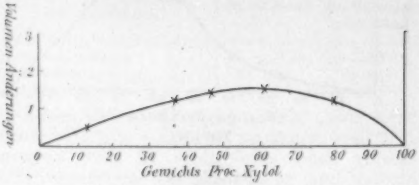


Fig. 4b.

Tabelle IIIa.

Wärmetönung bei der Mischung von Propylalkohol-Wasser.

Gramm Wasser	Gramm Propylalkohol	Gramm Hg eingezogen	Entsprech. Anzahl Gramm-Kalorien	Gewicht-Prozente Wasser	Wärmetönung pro 1 gr Mischung beob.	ber.
4,3431	9,5819	0,4643	30,493	29,1	2,02	2,02
5,1120	9,0330	0,6135	39,837	36,1	2,81	2,87
4,5400	5,8101	0,5871	38,123	43,8	3,68	3,75
5,1240	5,6500	0,6975	45,292	47,5	4,20	4,41
5,7675	3,6875	0,8214	52,272	61,0	5,63	5,14
9,078	4,1830	1,0300	66,883	68,4	5,03	5,26

Die Formel, nach der die Zahlen der letzten Kolumne berechnet wurden, ist

$$y = 0{,}0034\, x\,(100-x) + 0{,}0000021\, x^2\,(100-x) - 0{,}000035\, x\,(100-x)^2.$$

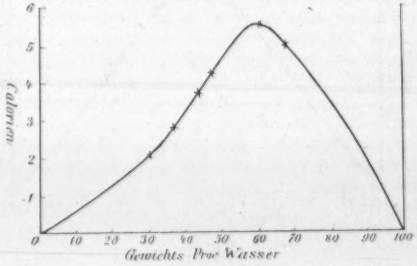


Fig. 5a.

Tabelle IIIb.

Volumenänderung bei der Mischung von Propylalkohol-Wasser.

Gewicht-Prozente Wasser	Gewicht-Prozente Propylalk.	Dichte bei Null	Volumen ungemischt	Volumen gemischt	Volumen-Änderung b. Mischg.	Vol. Änderung pro 1 ccm der erhalt. Mischung beob.	ber.
—	100,0	0,8222	—	—	—	—	—
26,1	73,9	0,8657	1,1598	1,155	0,004	0,004	—
37,2	62,8	0,8889	1,135	1,124	0,011	0,009	—
49,0	51,0	0,9186	1,110	1,088	0,022	0,020	—
70,3	29,7	0,9677	1,0643	1,033	0,031	0,030	—
80,5	19,5	0,9786	1,0422	1,021	0,021	0,020	—
100,0	—	0,9998	—	—	—	—	—

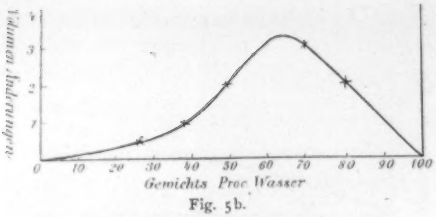


Fig. 5b.

Tabelle IV.

Wärmetönung bei der Mischung von Chloroform-Äther.

Gramm Chloroform	Gramm Äther	Gramm Hg eingezogen	Entsprech. Anzahl Gramm-Kalorien	Gewicht-Proz. HCl_3	Wärmetönung pro 1 gr Mischung beob.	ber.
4,063	9,811	0,8208	55,298	29,2	3,84	3,84
4,140	7,640	0,8389	54,474	35,1	4,62	4,61
6,250	7,605	1,1423	74,175	45,1	5,35	5,43
7,562	7,683	1,2926	83,935	49,6	5,50	5,53
9,483	7,584	1,4242	92,480	55,5	5,41	5,41
9,648	4,942	1,0194	66,194	66,1	4,53	4,46
19,764	8,193	1,6212	105,270	70,6	3,76	3,85
10,135	3,508	0,6672	43,350	74,2	3,17	3,29
9,539	2,317	0,4293	27,876	80,4	2,34	2,25

Die Formel, nach der die Zahlen der letzten Kolumne berechnet wurden, ist

$$y = 0{,}0001013\,x(100-x) + 0{,}000000\,8459\,x^2(100-x).$$

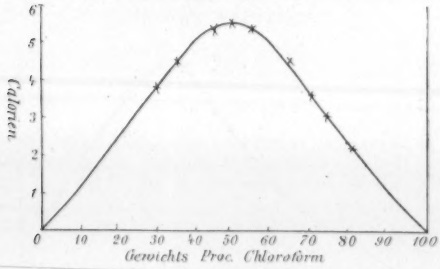


Fig. 6.

Tabelle V.

Wärmetönung bei der Mischung von Xylol-Amylalkohol.

Gramm $C_8H_{10}O$	Gramm $C_5H_{12}O$	Gramm Hg eingezogen	Entsprech. Anzahl Gramm-Kalorien	Gewicht-Prozente $C_8H_{10}O$	Wärmetönung pro 1 gr Mischung beob.	ber.
4,370	11,590	0,2259	14,668	27,3	0,91	0,98
4,370	8,031	0,2398	15,571	35,2	1,25	1,22
4,332	4,900	0,2176	14,129	46,9	1,53	1,48
4,790	4,15	0,2237	14,525	53,5	1,62	1,56
8,089	5,191	0,3214	20,870	60,8	1,57	1,58
12,280	3,181	0,2557	16,603	79,4	1,07	1,24

Die Formel, nach der die Zahlen der letzten Kolumne berechnet wurden, ist

$$y = 0{,}00186\,x(100-x) - 0{,}00001\,x^2(100-x) - 0{,}000015\,x(100-x)^2.$$

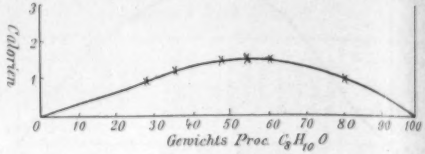


Fig. 7.

Tabelle VI.

Wärmetönung bei der Mischung von Chloroform-Xylol.

Gramm Chloroform	Gramm Xylol	Gramm Hg eingezogen	Entsprech. Anzahl Gramm-Kalorien	Gewicht-Prozente Xylol	Wärmetönung pro 1 gr Mischung beob.	ber.
7,61	2,63	0,2116	13,73	25,7	1,71	1,75
7,61	3,91	0,3035	19,70	33,9	1,88	1,85
7,59	7,41	0,4371	28,38	49,4	1,52	1,52
6,14	12,30	0,4330	28,11	66,7	1,22	1,17
4,12	13,75	0,3410	22,14	77,0	1,34	1,53

Die Formel, nach der die Zahlen der letzten Kolumne berechnet wurden, ist

$$y = \frac{0{,}000912\,x(100-x)}{1 + 0{,}0049\,x}.$$

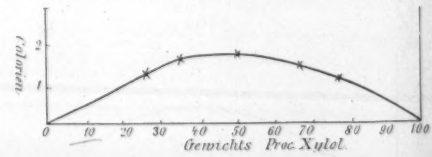


Fig. 8.

Tabelle VII.

Wärmetönung bei der Mischung von Äthylalkohol-Amyläther.

Gramm Äthylalkohol	Gramm Amyläther	Gramm Hg ausgezogen	Entsprech. Anzahl Gramm-Kalorien	Gewicht-Prozente Alkohol	Wärmetönung pro 1 gr Mischung beob.	ber.
2,7720	11,7650	0,2006	13,025	19,0	0,89	0,79
3,9506	11,4842	0,2325	15,098	25,5	0,97	0,96
4,0261	8,6780	0,2030	13,181	31,6	1,03	1,06
4,0569	5,7299	0,1747	11,344	41,4	1,15	1,14
4,0000	4,1050	0,1453	9,435	49,3	1,16	1,15
4,1141	4,1229	0,1434	9,311	49,9	1,13	1,14
4,9855	4,0540	0,1504	9,766	55,1	1,08	1,15
7,0000	4,0482	0,1681	10,915	63,3	0,98	1,00
10,3162	4,1154	0,1985	12,889	71,4	0,89	0,86
10,2691	4,0502	0,1831	11,889	71,7	0,83	0,85
11,4199	3,3591	0,1537	9,980	77,2	0,67	0,72

Die Formel, nach der die Zahlen der letzten Kolumne berechnet wurden, ist

$$y = \frac{0{,}000568\,x\,(100-x,}{1+0{,}0049\,x}.$$

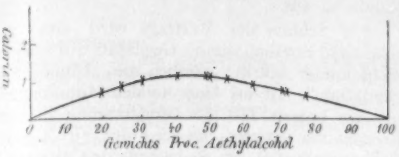


Fig. 9.

Auffallend ist die Ähnlichkeit in dem Verlauf von Wärmetönung und Volumenänderung bei Mischung, wie aus der Betrachtung der Tabellen Ib, IIb, IIIb und der zugehörigen Kurven hervorgeht. Das Maximum liegt fast genau an derselben Stelle.

Annähernde Lage der Maximalwerte von Wärmetönung und Kontraktion	Maximum der Wärmetönung	Maximum der Volumenkontraktion
Äthylalkohol-Wasser	40—50 Proz.	40—50 Proz.
Xylol-Anilin	60 Proz.	60 Proz.
Propylalkohol-Wasser	60 „	60—70 Proz.

Diese Übereinstimmung scheint aber mehr einen zufälligen Charakter zu tragen, weil z. B. in dem Falle IV Chloroform-Äther grossen Wärmetönungen nur sehr kleine und deshalb nicht genau ermittelte Volumenänderungen entsprechen.

Ich möchte den Herren Geh.-R. Voigt und Dr. Bose meinen Dank aussprechen für die Hilfe, die sie mir bei dieser Arbeit geleistet haben.

Göttingen, Universität, 1905.

(Eingegangen 20. Januar 1905.)

BESPRECHUNGEN.

F. Klein, Über eine zeitgemässe Umgestaltung des mathematischen Unterrichts an den höheren Schulen. Vorträge, gehalten bei Gelegenheit des Ferienkurses für Oberlehrer der Mathematik und Physik, Göttingen, Ostern 1904. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner. 1904. 82 S. M. 1,60.

Die vorliegende Schrift, welche ausser den im Titel genannten Vorträgen noch den Wiederabdruck früherer Aufsätze von E. Götting und F. Klein enthält, legt ein beredtes Zeugnis davon ab, dass in den Kreisen der Universitätslehrer für die Aufgaben des mathematischen und physikalischen Unterrichts an den höheren Schulen volles Interesse herrscht. Dieses Interesse aufs neue angeregt und befruchtet zu haben, ist das unvergängliche Verdienst F. Kleins, wofür ihm die Vertreter der mathematisch-physikalischen Fächer an den höheren Schulen zu Dank verpflichtet sind.

Die von F. Klein geforderte Umgestaltung des mathematischen Unterrichts gipfelt in dem Satze (S. 4), „dass der Funktionsbegriff in geometrischer Fassung den übrigen Lehrstoff wie ein Ferment durchdringen soll. Hierin ist eine gewisse Berücksichtigung der analytischen Geometrie, andrerseits aber auch der Anfänge der Differential- und Integralrechnung von selbst mit eingeschlossen". F. Klein verwahrt sich dagegen, dass er bei seinen Vorschlägen „ausschliesslich die Vorbereitung derjenigen Schüler im Auge habe, die später an der Universität weitergehende mathematische Studien zu machen beabsichtigen". „Vielmehr sind es gerade die anderen, um die ich mich sorge, und auf die ich im folgenden exemplifizieren werde: die Mediziner, die Chemiker, die Juristen!" „Die vorbereitende Darlegung des Funktionsbegriffes" „und die erste Einführung in die analytische Geometrie und die Anfänge der Differential- und Integralrechnung sollte allen Arten höherer Schulen gemeinsam sein". Verfasser verbreitet sich dann über den Begriff der Elementarmathematik und hält folgende Definition für die richtige: „elementar sollen in allen Gebieten der Mathematik diejenigen Teile heissen, welche ohne lang fortgesetztes besonderes Studium für einen Knaben mittlerer Begabung zugänglich scheinen." Nach dieser Definition gehören in der That die Anfangsgründe der Differential- und Integralrechnung zu den Elementen, wie in dem im selben Hefte stehenden Aufsatze von E. Götting: „Über das Lehrziel im mathematischen Unterricht der höheren Lehranstalten" hervorgehoben wird. Auch die Erfahrungen des Referenten stimmen mit dieser Ansicht vollkommen überein. Es wäre wirklich zu wünschen, wenn aus der Schulmathematik manches minder wichtige Kapitel entfernt würde, um den zum Verständnis der Naturvorgänge notwendigen Grundbegriffen der Infinitesimalrechnung Platz zu machen. Die Schulphysik, die ebenfalls einer Revision in Bezug auf die Stoffauswahl dringend bedarf, damit man bei der beschränkten Stundenzahl den enormen Fortschritten der Wissenschaft einigermassen Rechnung tragen kann, würde den grössten Nutzen davon haben, wenn in der

Schulmathematik der Funktionsbegriff in der Weise entwickelt und geistig festgelegt wird, wie es F. Klein mit Recht verlangt. Der Wunsch Kleins, „dass die höheren Realanstalten sich ihr besonderes mathematisch-naturwissenschaftliches Ideal ausbilden sollen," wird in Erfüllung gehen können, wenn erst einmal alle drei Arten höherer Schulen volle Gleichberechtigung haben, und wenn dann die Vertreter der Wissenschaft mit den Vertretern der Schule in der Herausarbeitung dieses Ideals Hand in Hand arbeiten, damit die Forderungen der Wissenschaft mit den Möglichkeiten der Schulpraxis in Einklang gebracht werden.

E. Grimsehl.

(Eingegangen 27. Dezember 1904.)

A. Leman, **Über Schattenphänomene bei Finsternissen.** Vortrag gehalten auf der Treptow-Sternwarte. Sep.-Abdr. aus der Zeitschrift: „Das Weltall." 4°. 40 Seiten mit 3 Tafeln und zahlreichen Figuren im Text. Berlin, C. A. Schwetschke & Sohn. 1902. M. 2,—.

Der Verfasser erörtert zuerst die Vergrösserung des Erdschattens bei Mondfinsternissen und schliesst daran die bekannten Untersuchungen Seeligers. Es ist eine seit langem bekannte Thatsache, dass der Kernschatten der Erde, der bei Mondfinsternissen über den Mond zieht, um etwa 50″ im Durchmesser grösser erscheint, als es den geometrischen Bedingungen entspricht. Diese scheinbare Vergrösserung des Erdschattens ist der Hauptsache nach eine optisch-physiologische Erscheinung. Die Begrenzung des Kernschattens ist nicht scharf; allmählich geht derselbe in den Halbschatten und dann in die volle Beleuchtung über. Wandert das Auge vom Mittelpunkt des Kernschattens nach der Grenze desselben hin, so wird es dort die helleren Zonen, die in Wirklichkeit schon zum Halbschatten gehören, und nur unerheblich heller als der Kernschatten sind, noch als zum Kernschatten gehörig rechnen, bis es eine mehr oder weniger auffallende Trennungslinie zu sehen glaubt; der Kernschatten wird also vergrössert. Hat aber das Auge so eine Grenze festgelegt, so tritt als Verstärkung des einmal gewonnenen Eindrucks einer Schattengrenze die sogenannte Kontrastwirkung hinzu. Grenzen zwei grössere, verschieden helle Flächen aneinander, so besteht die Kontrastwirkung darin, dass in der Nähe der Grenze hellere Partien heller, und dunklere dunkler erscheinen. Diese scheinbare Vergrösserung des Kernschattens ist durch Versuche mit schnell rotierenden Scheiben bestätigt und der physiologische Charakter dieser Erscheinung klargelegt. Einen nur sekundären Einfluss auf dieses Phänomen üben die Erdatmosphäre und die Abnahme der Helligkeit der Sonnenscheibe von der Mitte zum Rande zu aus.

Am Schluss des Vortrags wird eine Erscheinung erwähnt, die im Gegensatz zur obigen nicht immer auftritt, nämlich das „Lumen secundarium". Ist bei einer totalen Mondfinsternis der grösste Teil der Mondscheibe in den Erdschatten getreten, so dass nur ein kleiner Teil unverfinstert ist, so beginnt der diametral gegenüberliegende Teil der Mondoberfläche sich etwas aufzuhellen und einen bräunlichen, kupferfarbigen Schimmer anzunehmen. Mainka.

(Eingegangen 29. Dezember 1904.)

Franz Neumann. Erinnerungsblätter von seiner Tochter Luise Neumann. gr. 8. XII u. 463 S. Mit Titelbild, Faksimiles und mit Abbildungen im Text. Tübingen und Leipzig, I. C. B. Mohr. 1904. M. 6,—, gebunden M. 8,—.

Erinnerungsblätter an Franz Neumann! Sollte es da noch irgendeines besonderen Hinweises bedürfen? Nein, gewiss nicht, das Interesse an dem Altmeister der mathematischen Physik in Deutschland ist lebendig genug, um durch diese Stichworte in Hunderten von Herzen Erinnerungen zu wecken. Dass man den grossen Forscher hier in der von kindlicher Liebe und Verehrung getragenen Darstellung als Menschen kennen lernt, so gut das überhaupt nur möglich ist, versteht sich beinahe von selbst; und wie sehr gewinnt auch der Mensch Franz Neumann unsere Bewunderung und Teilnahme auf seinem langen und arbeitsamen Lebenswege! Nur mit Überwindung unterbricht man die interessante Lektüre, die eine lange Predigt über den Segen einer opferfreudigen Berufsthätigkeit darstellt. E. Bose.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Zum Nachfolger des am 1. April in den Ruhestand tretenden Präsidenten der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, Dr. Fr. Kohlrausch, wurde der Professor der Physik und Direktor des Physikalischen Instituts der Universität Berlin, Dr. Emil Warburg, ausersehen. An Stelle des letzteren tritt Prof. Dr. Paul Drude in Giessen, der die Berufung bereits angenommen hat.

Es habilitierten sich: Dr. Ernst Jänecke an der Technischen Hochschule in Hannover für reine Chemie, insbesondere physikalische Chemie, Dr. Ernst Deussen in Leipzig für Chemie, Dr. E. H. Riesenfeld und Dr. M. Th. Trautz in Freiburg, beide für Chemie.

Es wurde zum Mitglied der Royal Society of Edinburgh ernannt: Prof. Dr. M. Cantor in Heidelberg.

Es starb: Prof. Dr. A. Bornträger zu Heidelberg.

Für die Redaktion verantwortlich Privatdozent Dr. Emil Bose in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.